

Perbandingan biplot indikator kependudukan di Indonesia Tahun 2020, 2023, dan 2024 dengan menggunakan analisis Procrustes

LOSYTA AGUSTINA, IRMEILYANA*, SRI INDRA MAIYANTI, DAN NGUDIANTORO

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sriwijaya, Sumatera Selatan 30662, Indonesia

Kata kunci: analisis biplot; analisis Procrustes; indikator kependudukan; ukuran kemiripan	ABSTRAK: Indonesia merupakan negara dengan jumlah penduduk terbesar keempat di dunia setelah India, Tiongkok, dan Amerika Serikat. Kondisi ini menimbulkan berbagai tantangan dalam pengelolaan sumber daya dan pembangunan nasional, terutama dalam pemerataan akses pendidikan, kesehatan, dan kesejahteraan masyarakat di suatu wilayah. Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan indikator kependudukan di Indonesia tahun 2020, 2023, dan 2024. Matriks data indikator tersebut meliputi angka kelahiran, angka kematian, jumlah penduduk, laju pertumbuhan penduduk, kepadatan penduduk, dan rasio jenis kelamin yang menggambarkan kondisi sosial ekonomi, serta komponen Indeks Pembangunan Manusia (IPM) yaitu Umur Harapan Hidup (UHH), Harapan Lama Sekolah (HLS), dan Rata-rata Lama Sekolah (RLS) pada 34 provinsi di Indonesia. Representasi matriks data dilakukan secara grafis menggunakan analisis biplot. Konfigurasi titik hasil biplot kemudian dibandingkan menggunakan analisis Procrustes melalui dua perbandingan, yaitu 2020 dengan 2024 dan 2023 dengan 2024. Hasil biplot menunjukkan bahwa angka kelahiran hidup, angka kematian bayi dan balita, angka kematian ibu, dan jumlah penduduk berkorelasi positif tinggi. Berdasarkan analisis Procrustes diperoleh ukuran kemiripan antara kedua matriks data yang dibandingkan. Pada perbandingan pertama, nilai translasi sebesar 0,0730, nilai rotasi sebesar 0,0690, dan nilai dilatasi sebesar 0,0688 dengan ukuran kemiripan 96,05%. Sedangkan pada perbandingan kedua, nilai translasi sebesar 0,0260, nilai rotasi sebesar 0,0122, dan nilai dilatasi sebesar 0,0119 dengan ukuran kemiripan 99,29%. Hasil ini menunjukkan bahwa biplot indikator kependudukan tahun 2020, 2023, dan 2024 memiliki kemiripan, dengan perubahan yang jauh lebih kecil dalam satu tahun terakhir dibandingkan dengan perubahan selama empat tahun sebelumnya.
Keywords: biplot analysis; population indicators; Procrustes analysis; similarity measure	ABSTRACT: Indonesia is the fourth most populous country in the world after India, China, and the United States. This condition creates various challenges in resource management and national development, especially in equal access to education, health, and public welfare. This study aims to compare population indicators in Indonesia in 2020, 2023, and 2024. The data matrix includes birth and mortality rates, population size, population growth rate, population density, sex ratio that describe socio-economic conditions, and components of the Human Development Index (HDI), namely Life Expectancy (UHH), Expected Years of Schooling (HLS), and Average Years of Schooling (RLS) across 34 provinces in Indonesia. The data were graphically represented using biplot analysis. The points configuration obtained from the biplots were compared using Procrustes analysis with two comparisons, 2020 with 2024 and 2023 with 2024. The biplot results showed that the live birth rate, infant and toddler mortality rate, maternal mortality rate, and population had a high positive correlation. Procrustes analysis produced similarity measures between the two compared matrices. In the first comparison, the translation value was 0.0730, the rotation value was 0.0690, and the dilation value was 0.0688, with a similarity of 96.05%. Meanwhile, in the second comparison, the translation value was 0.0260, the rotation value was 0.0122, and the dilation value was 0.0119, with a similarity of 99.29%. These results indicate that the population indicator biplots for 2020, 2023, and 2024 are similar, with much smaller changes in the past year compared to changes in the previous four years.

1 PENDAHULUAN

Indonesia merupakan salah satu negara dengan jumlah penduduk terbesar di dunia, menempati

posisi keempat setelah India, Tiongkok, dan Amerika Serikat. Kondisi ini membawa tantangan tersendiri dalam pengelolaan sumber daya dan pembangunan nasional, terutama dalam hal pemerataan akses pendidikan, kesehatan, dan kesejahteraan masya-

* Corresponding Author: irmeilyana@unsri.ac.id

rakat di berbagai wilayah [1]. Berdasarkan hasil sensus penduduk, pertumbuhan penduduk di Indonesia terus mengalami peningkatan. Pada tahun 2020 tercatat sebanyak 270,2 juta jiwa dan terus meningkat menjadi 281,6 juta jiwa hingga tahun 2024 [2]. Kondisi ini menunjukkan pentingnya memahami aspek kependudukan sebagai dasar dalam menganalisis dinamika dan tantangan pembangunan di Indonesia [3].

Menurut *United Nation dan International Union for the Scientific Study of Population (IUSSP)* kependudukan atau demografi adalah studi ilmiah masalah penduduk yang berhubungan dengan jumlah, struktur, serta pertumbuhannya yang mempengaruhi pertumbuhan penduduk yaitu fertilitas, mortalitas, dan migrasi [4]. Kependudukan dapat diukur melalui indikator kependudukan seperti angka kelahiran, angka kematian, serta jumlah penduduk, laju pertumbuhan penduduk, kepadatan penduduk, dan rasio jenis kelamin yang menggambarkan kondisi sosial dan ekonomi dalam suatu wilayah [5]. Selain itu, indikator kependudukan juga terdapat pada komponen dalam Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dari sektor pendidikan seperti Harapan Lama Sekolah (HLS) dan Rata-rata Lama Sekolah (RLS), serta sektor kesehatan seperti Umur Harapan Hidup (UHH) sebagai akses layanan dasar yang dapat mendukung pengelolaan penduduk [1].

Penelitian sebelumnya membahas indikator kependudukan dengan menggunakan analisis *cluster* metode *K-Means* pada kabupaten/kota di Provinsi Jambi. Penelitian ini menyimpulkan bahwa terdapat dua *cluster* dengan *cluster 2* memiliki tingkat indikator kependudukan yang rendah dibandingkan *cluster 1* [6]. Namun, pengklasteran ini hanya berdasarkan 3 indikator saja. Sementara itu, penelitian Tantri dan Ratnasari [7] membahas pemodelan pengaruh indikator kependudukan terhadap tingkat pengangguran terbuka di Indonesia dengan menggunakan regresi data panel pada tahun 2006-2014. Indikator kependudukan hanya meliputi 5 indikator.

Matriks data indikator kependudukan dapat direpresentasikan secara grafis dengan menggunakan analisis biplot, sehingga eksplorasi data dapat dilakukan lebih lanjut. Salah satu metode untuk menganalisis perbandingan grafik dari matriks data adalah analisis Procrustes. Penerapan analisis Procrustes pada perbandingan grafik biplot dari indikator IPM di Kalimantan Barat tahun 2019 dan 2020 yang dilakukan oleh Kurniawati, *et al.* [8] menunjukkan tingkat kemiripan indikator IPM pada kedua tahun tersebut sebesar 99,9% dengan

perubahan yang terjadi hanya sebesar 0,01%. Namun, perbandingan indikator ini hanya berdasarkan 5 indikator pada data selama 2 tahun, sehingga analisis perubahan hanya pada 2 tahun saja.

Tujuan penelitian ini adalah untuk merepresentasikan matriks data indikator kependudukan di Indonesia tahun 2020, 2023, dan 2024 dengan menggunakan analisis biplot. Tujuan selanjutnya adalah menganalisis perbandingan dan perubahan pada indikator-indikator kependudukan tersebut pada tahun 2020 dengan 2024, serta tahun 2023 dengan 2024 menggunakan analisis Procrustes. Hasil yang diperoleh dapat menjadi informasi mengenai keterkaitan antar variabel indikator kependudukan dan pengelompokan provinsi berdasarkan indikator kependudukan tersebut, serta informasi perubahan indikator kependudukan di Indonesia selama 4 tahun dan selama 2 tahun berturut-turut.

2 BAHAN DAN METODE

Penelitian ini menggunakan data sekunder, dengan objek penelitiannya adalah 34 provinsi di Indonesia. Variabel penelitian yang digunakan beserta notasinya meliputi angka kelahiran hidup (X_1), angka kematian bayi dan balita (X_2), dan angka kematian ibu (X_3) yang diperoleh dari buku Kementerian Kesehatan (Kemenkes). Sedangkan variabel yang lain meliputi jumlah penduduk (X_4), laju pertumbuhan penduduk (X_5), kepadatan penduduk (X_6), rasio jenis kelamin (X_7), UHH (X_8), HLS (X_9), dan RLS (X_{10}) diperoleh dari *website* Badan Pusat Statistik Indonesia (BPS). Tahapan dalam penelitian ini adalah:

1. Melakukan analisis statistika deskriptif.
2. Menyusun matriks data $X = (x_{ij})$ pada indikator kependudukan tahun 2020, 2023, dan 2024, yang dinotasikan secara berturut-turut sebagai matriks data A, B, dan C.
3. Melakukan standardisasi pada matriks data A, B, dan C.

Standardisasi matriks data X menggunakan Persamaan (1) [9].

$$x_{ij}^* = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j} \quad (1)$$

dimana, x_{ij}^* : hasil standardisasi pada data pengamatan ke- i dan variabel ke- j ; x_{ij} : nilai data pengamatan ke- i dan variabel ke- j ; $\bar{x}_j$: rata-rata dari variabel ke- j ; s_j : standar deviasi dari variabel ke- j .

4. Melakukan *Singular Value Decomposition* (SVD) pada matriks data A, B, dan C.

SVD pada suatu matriks $X_{n \times p} = (x_{ij}); i = 1, 2, \dots, n$ dan $j = 1, 2, \dots, p$ dinyatakan dalam bentuk matriks pada Persamaan (2) [10].

$$X = U L A^T \quad (2)$$

dengan,

$$U_{n \times r} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} Xa_1 & \frac{1}{\sqrt{\lambda_2}} Xa_2 & \dots & \frac{1}{\sqrt{\lambda_r}} Xa_r \end{bmatrix}$$

$$L_{r \times r} = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{\lambda_r} \end{bmatrix}$$

$$A_{p \times r} = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_r]$$

dimana, λ_j : nilai eigen terbesar ke- j dari matriks $X^T X$ yang tidak bernilai nol; a_j : vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen λ_j , dengan $j = 1, 2, \dots, r$.

5. Melakukan analisis biplot pada matriks data A, B, dan C:

Analisis biplot memvisualisasikan objek dalam bentuk grafik dua dimensi untuk menggambarkan kedekatan antar objek, keragaman antar variabel, korelasi antar variabel, serta nilai variabel pada suatu objek [11]. Secara matematis, komponen utama (*Principal Component*; PC) pengamatan ke- j (dinotasikan sebagai Y_j) dapat dituliskan sebagai kombinasi linear dari vektor-vektor eigen $a_1, a_2, \dots, a_p$ dengan variabel $X_1, X_2, \dots, X_p$ pada Persamaan (3).

$$Y_j = a_j^T X = a_{1j}X_1 + a_{2j}X_2 + \dots + a_{pj}X_p \quad (3)$$

dimana, Y_j : skor komponen utama ke- j ; a_j : vektor eigen ke- j yang bersesuaian dengan nilai eigen λ_j ; X_j : variabel ke- j yang distandardisasi, dengan $j = 1, 2, \dots, p$.

Ukuran kesesuaian biplot atau *goodness of fit* dinyatakan dalam Persamaan (4) [12].

$$\rho = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\sum_{j=1}^p \lambda_j} \quad (4)$$

dimana λ_j adalah nilai eigen terbesar ke- j dari matriks $X^T X$.

6. Menginterpretasikan hasil analisis biplot, meliputi hubungan kedekatan antar objek, keragaman

variabel, korelasi antar variabel, serta hubungan antara objek dan variabel.

7. Melakukan analisis Procrustes pada perbandingan konfigurasi matriks data A, B, dan C:

Analisis Procrustes pertama kali dikemukakan oleh Hurley dan Cartell pada tahun 1962, digunakan untuk menilai tingkat kemiripan antara dua konfigurasi melalui transformasi, rotasi, dan penskalaan data [8]. Jarak pada analisis Procrustes dapat dilihat pada Persamaan (5) [10].

$$E(X, Y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p (x_{ij} - y_{ij})^2 = \text{tr}(X - Y)^T (X - Y) \quad (5)$$

Translasi merupakan tahapan dalam analisis Procrustes yang berfungsi untuk menggeser semua titik dalam ruang data tanpa mengubah bentuk atau ukuran konfigurasi. Prinsip translasi adalah mengoreksi matriks X dan Y dengan mengurangi setiap elemen x_{ij} dan y_{ij} dengan rata-rata kolomnya, hasilnya adalah matriks yang sudah terkoreksi dari nilai tengah.

Langkah translasi ini untuk mencapai jarak minimum antara dua konfigurasi X dan Y sesuai dengan Persamaan (6) [11].

$$E_T^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p ((x_{ij} - \bar{x}_j) - (y_{ij} - \bar{y}_j))^2 \quad (6)$$

Rotasi adalah langkah untuk meminimalkan jarak kuadrat antara dua matriks, yaitu matriks X dari skor faktor data awal dengan matriks Y dari skor faktor hasil rotasi [12]. Dalam proses rotasi ini terlebih dahulu mencari nilai matriks orthogonal Q, dengan $Q = AU^T$. Jarak Procrustes dengan rotasi dapat ditunjukkan pada Persamaan (7).

$$E_R^2 = \text{tr}(XX^T + YY^T - 2XQ^TY^T) \quad (7)$$

Dilatasi merupakan proses penskalaan data yang memiliki tujuan untuk memperbesar atau memperkecil jarak seluruh titik pada konfigurasi terhadap titik pusat (*centroid*) dengan menggunakan suatu faktor skalar tertentu [13]. Proses dilatasi ini dilakukan dengan mengalikan matriks Y yang telah melalui proses rotasi (yaitu: YQ) dengan skalar c , seperti pada Persamaan (8).

$$c = \frac{\text{tr}(XQ^TY^T)}{\text{tr}(YY^T)} \quad (8)$$

Jarak Procrustes dengan dilatasi atau penskalaan optimal ditunjukkan pada Persamaan (9) [11].

$$E_D^2 = \text{tr}(XX^T) - c^2 \text{tr}(YY^T) \quad (9)$$

Ukuran kemiripan atau koefisien determinasi (R^2) digunakan untuk mengukur seberapa baik matriks hasil transformasi mengikuti konfigurasi matriks target [11]. Nilai R^2 berkisar antara 0%-100%, dimana nilai yang lebih tinggi menunjukkan kemiripan yang lebih besar antara kedua konfigurasi, sehingga perubahan yang terjadi kecil. Nilai $R^2 < 50\%$ menunjukkan perubahan yang signifikan, nilai R^2 yang berada di rentang 50%-80% menunjukkan perubahan sedang, dan nilai $R^2 > 80\%$ mengindikasikan bahwa terdapat perubahan yang sangat kecil atau bahkan hampir tidak ada.

Ukuran kemiripan tersebut dapat dilihat pada Persamaan (10) [14].

$$R^2 = 1 - \frac{M_{\min}^2}{\text{tr}(X^T X)} \times 100\% \quad (10)$$

Proses perhitungan dan analisis data menggunakan software R Studio *version* 4.3.1.

3 HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Analisis Statistika Deskriptif

Analisis statistika deskriptif yang digunakan meliputi nilai rata-rata, nilai minimum, nilai maksimum, dan nilai standar deviasi pada masing-masing tahun. Pada tahun 2020, 2023, dan 2024 variasi data paling besar terdapat pada variabel angka kelahiran hidup. Adapun variasi data paling kecil terdapat pada variabel HLS untuk 2020, sedangkan tahun 2023 dan 2024 terdapat pada variabel laju pertumbuhan penduduk.

3.2 Analisis Biplot

Contoh penerapan analisis biplot dilakukan pada matriks data A, yaitu data tahun 2020. Matriks *input* pada analisis biplot berupa data indikator kependudukan di Indonesia tahun 2020 distandardisasi dengan menggunakan Persamaan (1).

$$X = \begin{bmatrix} -0,1366 & 0,2333 & 0,2287 & \dots & 0,7335 \\ 0,8801 & -0,0612 & 0,3155 & \dots & 0,9597 \\ -0,1695 & 0,1054 & -0,0687 & \dots & 0,3672 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -0,3750 & -0,3926 & -0,3971 & \dots & -2,1104 \end{bmatrix}$$

Setelah itu, dilakukan proses penguraian SVD pada matriks data X seperti pada Persamaan (2)

menjadi matriks U, L, dan A. Penguraian ini dimulai dengan menentukan matriks $X^T X$ sehingga diperoleh nilai eigen berurutan dimulai dari nilai eigen terbesar hingga nilai eigen terkecil, yaitu $\lambda_1 = 4,386$, $\lambda_2 = 2,549$, $\lambda_3 = 1,307$, $\lambda_4 = 0,771$, $\lambda_5 = 0,476$, $\lambda_6 = 0,313$, $\lambda_7 = 0,115$, $\lambda_8 = 0,068$, $\lambda_9 = 0,011$, dan $\lambda_{10} = 0,004$.

Berdasarkan dua nilai eigen terbesar pertama, diperoleh vektor eigen padanannya untuk PC1 dan PC2 sebagai berikut.

$$a_1 = \begin{bmatrix} -0,448 \\ -0,430 \\ -0,452 \\ -0,457 \\ 0,273 \\ -0,098 \\ 0,247 \\ -0,237 \\ -0,019 \\ 0,008 \end{bmatrix}, \quad a_2 = \begin{bmatrix} -0,154 \\ -0,169 \\ -0,172 \\ -0,155 \\ -0,404 \\ 0,243 \\ -0,367 \\ 0,255 \\ 0,481 \\ 0,491 \end{bmatrix}$$

Nilai PC1 dan PC2 dari matriks data A dapat ditulis menggunakan Persamaan (3), yaitu:

$$Y_{1A} = -0,448X_1 - 0,430X_2 - 0,452X_3 - 0,457X_4 \\ + 0,273X_5 - 0,098X_6 + 0,247X_7 \\ - 0,237X_8 + 0,019X_9 - 0,008X_{10}$$

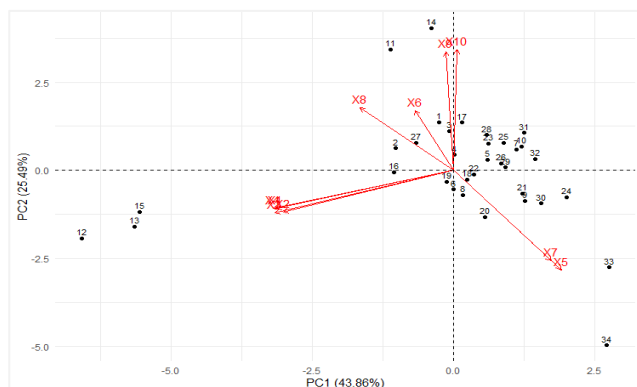
$$Y_{2A} = -0,154X_1 - 0,169X_2 - 0,172X_3 - 0,155X_4 \\ - 0,404X_5 + 0,243X_6 - 0,367X_7 \\ + 0,255X_8 + 0,481X_9 + 0,491X_{10}$$

Selanjutnya, menentukan skor komponen pada masing-masing data dari setiap objek dengan mensubstitusikan nilai variabel dari $X_1, X_2, \dots, X_{10}$ ke dalam setiap objek pada matriks data asal yang sudah distandardisasi, sehingga diperoleh skor komponen untuk matriks data X dengan objek Provinsi Aceh adalah $(-0,2539, 1,3672)$. Langkah yang sama dilakukan juga untuk mencari skor komponen pada objek lain. Berdasarkan nilai vektor eigen dan skor komponen diperoleh biplot pada Gambar 1.

Ukuran kesesuaian biplot (*goodness of fit*) untuk data A dihitung menggunakan Persamaan (4), yaitu:

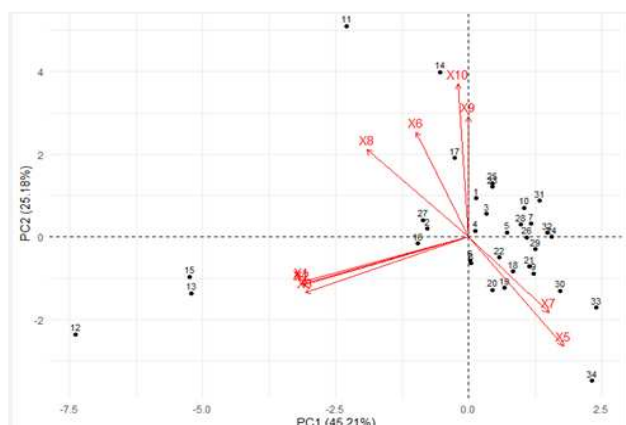
$$\rho = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\sum_{j=1}^p \lambda_j} = \frac{4,386 + 2,549}{10} = 0,6935 = 69,35\%$$

Karena diperoleh nilai ρ sebesar 0,6935, artinya biplot dapat mewakili keragaman data sebesar 69,35%. Dengan cara yang sama diperoleh juga ukuran kesesuaian biplot data B dan C masing-masing sebesar 70,39% dan 68,48%.

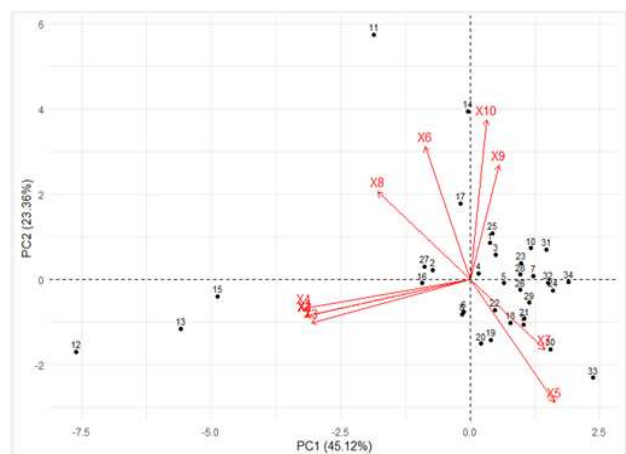


Gambar 1. Biplot indikator kependudukan tahun 2020

Dengan proses yang sama diperoleh biplot indikator kependudukan di Indonesia tahun 2023 dan 2024 yang dapat dilihat pada Gambar 2 dan Gambar 3.



Gambar 2. Biplot indikator kependudukan tahun 2023



Gambar 3. Biplot indikator kependudukan tahun 2024

Interpretasi hasil biplot indikator kependudukan tahun 2020, 2023, dan tahun 2024 dapat disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Rekapitulasi hasil perbandingan analisis biplot

Th	Hasil analisis biplot
2020	Kedekatan antar objek: DKI Jakarta (11), DI Yogyakarta (14), Jawa Barat (12), Jawa Tengah (13), Jawa Timur (15), Papua Barat (33), dan Papua (34) merupakan <i>outlier</i>. Korelasi antar variabel: variabel X_1, X_2, X_3, dan X_4, serta X_5 dan X_7 berkorelasi positif sangat kuat. X_6 dan X_8 berkorelasi positif sedang, X_9 dan X_{10} berkorelasi positif kuat. Namun, variabel X_9 dan X_{10} berkorelasi negatif kuat terhadap X_1, X_2, X_3, dan X_4, serta X_5 dan X_7. X_6 dan X_8 berkorelasi negatif terhadap X_1, X_2, X_3, dan X_4, lalu berkorelasi negatif kuat dengan X_5 dan X_7, serta tidak berkorelasi dengan X_9 dan X_{10}. Keragaman antar variabel: variabel X_3, X_4, X_5, X_9, dan X_{10} mempunyai kontribusi tertinggi. Kontribusi terkecil terdapat pada variabel X_6.
2020	Nilai variabel pada suatu objek: objek pada kuadran I cenderung mempunyai nilai yang rendah terhadap variabel X_1, X_2, X_3, dan X_4, bernilai tinggi pada variabel X_{10}. Objek pada kuadran II mempunyai nilai yang tinggi terhadap variabel X_6, X_8, dan X_9, namun bernilai rendah pada variabel X_5 dan X_7. Objek pada kuadran III cenderung mempunyai nilai yang tinggi pada variabel X_1, X_2, X_3, dan X_4. Serta, objek kuadran IV mempunyai nilai tinggi pada variabel X_5 dan X_7, namun rendah pada variabel X_6, X_8 dan X_9.
2023	Kedekatan antar objek: DKI Jakarta (11), Jawa Barat (12), Jawa Tengah (13), Jawa Timur (15), dan Papua (34) merupakan <i>outlier</i>. Korelasi antar variabel: variabel X_1, X_2, X_3, dan X_4, berkorelasi positif sangat kuat, X_5 dan X_7 berkorelasi positif kuat. X_6 dan X_8 berkorelasi positif sedang, X_6 dan X_8 berkorelasi positif kuat, X_9 dan X_{10} berkorelasi positif kuat. Namun, variabel X_9 dan X_{10} berkorelasi negatif kuat terhadap X_1, X_2, X_3, dan X_4, serta X_5 dan X_7. X_6 dan X_8 berkorelasi negatif terhadap X_1, X_2, X_3, dan X_4, berkorelasi negatif kuat dengan X_5 dan X_7, serta tidak berkorelasi dengan X_9 dan X_{10}. Keragaman antar variabel: variabel X_{10} mempunyai kontribusi tertinggi. Kontribusi terkecil terdapat pada variabel X_7. Nilai variabel pada suatu objek: objek pada kuadran I cenderung mempunyai nilai yang rendah terhadap variabel X_1, X_2, X_3, dan X_4, bernilai tinggi pada variabel X_9. Objek pada kuadran II mempunyai nilai yang tinggi terhadap variabel X_6, X_8, dan X_{10}, namun bernilai rendah pada variabel X_5 dan X_7. Objek pada kuadran III cenderung mempunyai nilai yang tinggi pada variabel X_1, X_2, X_3, dan X_4. Serta, objek kuadran IV mempunyai nilai tinggi pada variabel X_5 dan X_7, namun rendah pada variabel X_6, X_8 dan X_{10}.

2024 Kedekatan antar objek: DKI Jakarta (11), Jawa Barat (12), Jawa Tengah (13), Jawa Timur (15), dan Papua Barat (33) merupakan *outlier*.

Korelasi antar variabel: variabel X_1 , X_2 , X_3 , dan X_4 , berkorelasi positif sangat kuat, X_5 dan X_7 berkorelasi positif kuat. X_6 dan X_8 berkorelasi positif sedang, X_9 dan X_{10} berkorelasi positif kuat. Namun, variabel X_9 dan X_{10} berkorelasi negatif kuat terhadap X_1 , X_2 , X_3 , dan X_4 , serta X_7 . X_6 dan X_8 berkorelasi negatif terhadap X_1 , X_2 , X_3 , dan X_4 , berkorelasi negatif kuat dengan X_5 dan X_7 , tidak berkorelasi dengan X_9 dan X_{10} .

Keragaman antar variabel: variabel X_{10} mempunyai kontribusi tertinggi. Kontribusi terkecil terdapat pada variabel X_7 .

Nilai variabel pada suatu objek: objek pada kuadran I cenderung mempunyai nilai yang rendah terhadap variabel X_1 , X_2 , X_3 , dan X_4 , bernilai tinggi pada variabel X_9 dan X_{10} . Objek pada kuadran II mempunyai nilai yang tinggi terhadap variabel X_6 dan X_8 namun bernilai rendah pada variabel X_5 dan X_7 . Objek pada kuadran III cenderung mempunyai nilai yang tinggi pada variabel X_1 , X_2 , X_3 , dan X_4 . Serta, objek kuadran IV mempunyai nilai tinggi pada variabel X_5 dan X_7 , namun rendah pada variabel X_6 dan X_8 .

3.3 Analisis Procrustes

Pada analisis Procrustes, terbagi menjadi dua perbandingan konfigurasi titik koordinat variabel indikator kependudukan. Perbandingan pertama indikator kependudukan tahun 2020 dengan tahun 2024 dan perbandingan kedua tahun 2023 dengan tahun 2024. Konfigurasi titik-titik koordinat variabel ini membentuk matriks [$\mathbf{a}_1$ $\mathbf{a}_2$]. Koordinat variabel X_j merupakan titik akhir vektor variabel X_j pada biplot, yaitu nilai koefisien ke- j dari vektor eigen $\mathbf{a}_1$ dan $\mathbf{a}_2$. Koordinat variabel pada biplot tahun 2020 dan 2023 dinyatakan sebagai matriks observasi (X) dan koordinat variabel pada biplot tahun 2024 dinyatakan sebagai matriks target (Y). Sebagai contoh, perhitungan dilakukan untuk perbandingan pertama, yaitu antara konfigurasi titik-titik variabel.

$$X = \begin{bmatrix} -0,448 & -0,154 \\ -0,430 & -0,169 \\ -0,452 & -0,172 \\ -0,457 & -0,155 \\ 0,273 & -0,404 \\ -0,098 & 0,243 \\ 0,247 & -0,367 \\ -0,237 & 0,255 \\ -0,019 & 0,481 \\ 0,008 & 0,491 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} -0,454 & -0,122 \\ -0,455 & -0,122 \\ -0,438 & -0,144 \\ -0,458 & -0,098 \\ 0,233 & -0,412 \\ -0,124 & 0,445 \\ 0,206 & -0,234 \\ -0,254 & 0,293 \\ 0,081 & 0,382 \\ 0,045 & 0,534 \end{bmatrix}$$

Setelah mendefinisikan matriks X dan Y, selanjutnya adalah proses transformasi pada analisis Procrustes meliputi translasi, rotasi, dan dilatasi

untuk menilai tingkat kemiripan antara dua konfigurasi.

Translasi

Pada proses translasi terlebih dahulu dilakukan dengan mencari *centroid* untuk $\mathbf{C}_X$ dan $\mathbf{C}_Y$ dengan menggunakan nilai rata-rata seperti berikut.

Rata-rata kolom pertama pada matriks X:

$$\bar{x}_1 = \frac{(-0,448) + (-0,430) + \dots + (0,008)}{10} = \frac{-1,613}{10} = -0,1613$$

Rata-rata kolom kedua pada matriks X:

$$\bar{x}_2 = \frac{(-0,154) + (-0,169) + \dots + 0,491}{10} = \frac{0,049}{10} = 0,0049$$

Proses yang sama dilakukan untuk menghitung rata-rata pada matriks Y, sehingga diperoleh *centroid-centroid* pada matriks X dan Y dari rata-rata setiap kolom matriks yaitu $\mathbf{C}_X = [-0,1613 \quad 0,0049]$ dan $\mathbf{C}_Y = [-0,1618 \quad 0,0522]$. Selanjutnya matriks X dan Y dikurangi dengan rata-rata yang telah diperoleh sebelumnya, sehingga diperoleh matriks sebagai berikut:

$$X_c = \begin{bmatrix} -0,287 & -0,159 \\ -0,269 & -0,174 \\ -0,291 & -0,177 \\ -0,296 & -0,160 \\ 0,434 & -0,409 \\ 0,063 & 0,238 \\ 0,408 & -0,372 \\ -0,008 & 0,250 \\ 0,142 & 0,476 \\ 0,169 & 0,486 \end{bmatrix}; Y_c = \begin{bmatrix} -0,292 & -0,174 \\ -0,293 & -0,174 \\ -0,276 & -0,196 \\ -0,296 & -0,150 \\ 0,395 & -0,464 \\ 0,038 & 0,393 \\ 0,368 & -0,286 \\ -0,092 & 0,241 \\ 0,243 & 0,330 \\ 0,207 & 0,482 \end{bmatrix}$$

Setelah nilai rata-rata dari masing-masing variabel diperoleh, kemudian menghitung nilai kuadrat jarak pada titik-titik yang bersesuaian dari X dan Y sehingga berdasarkan Persamaan (6) diperoleh nilai translasi pada perbandingan pertama sebagai berikut.

$$E_T^2 = \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^2 ((x_{ij} - \bar{x}_j) - (y_{ij} - \bar{y}_j))^2 \\ = ((-0,287 + 0,272)^2 + (-0,269 + 0,270)^2 + \dots + (0,486 - 0,499)^2) = 0,073$$

Jadi, diperoleh nilai translasi pada perbandingan pertama sebesar 0,073.

Rotasi

Pada proses rotasi terlebih dahulu mencari nilai matriks orthogonal Q dengan SVD pada matriks hasil kali silang dari matriks X dan Y. SVD dilakukan

untuk memperoleh matriks U, L, A berukuran 2×2 dengan menggunakan Persamaan (2), sehingga diperoleh matriks tersebut sebagai berikut.

$$U = \begin{bmatrix} 0,252 & 0,968 \\ 0,968 & -0,252 \end{bmatrix}; L = \begin{bmatrix} 0,972 & 0 \\ 0 & 0,719 \end{bmatrix};$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,204 & 0,979 \\ 0,979 & -0,204 \end{bmatrix}$$

Setelah dilakukan SVD, diperoleh matriks orthogonal Q untuk meminimumkan jarak dengan mencari nilai $2XQ^TY^T$ sebagai berikut.

$$Q = \begin{bmatrix} 0,999 & -0,049 \\ 0,049 & 0,999 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan Persamaan (7) diperoleh nilai rotasi pada perbandingan pertama sebagai berikut.

$$E_R^2 = tr(XX^T + YY^T - 2XQ^TY^T)$$

$$= 1,740 + 1,711 - 3,382 = 0,069$$

Sehingga, diperoleh nilai rotasi pada perbandingan pertama sebesar 0,069.

Dilatasi

Pada proses dilatasi terlebih dahulu mengalikan matriks Y yang telah melalui proses rotasi (YQ) dengan skalar c . Berdasarkan Persamaan (8), diperoleh nilai skalar untuk perbandingan pertama sebagai berikut.

$$c = \frac{tr(XQ^TY^T)}{tr(YY^T)} = \frac{1,691}{1,711} = 0,988$$

Sehingga, diperoleh nilai skalar pada perbandingan pertama sebesar 0,988. Kemudian proses dilatasi dilakukan sesuai dengan Persamaan (9) pada perbandingan pertama.

$$E_D^2 = tr(XX^T) - c^2 tr(YY^T) = 1,740 - (0,988)^2(1,711)$$

$$= 0,069$$

Sehingga, diperoleh nilai dilatasi pada perbandingan pertama sebesar 0,069.

Nilai transformasi dengan analisis Procrustes pada perbandingan pertama dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil analisis Procrustes perbandingan pertama

Proses Transformasi	Nilai
Translasi (E_T)	0,0730
Rotasi (E_R)	0,0690
Dilatasi (E_D)	0,0688

Berdasarkan Tabel 2, diperoleh nilai transformasi yaitu translasi, rotasi, dan dilatasi sehingga diperoleh nilai M terkecil untuk perbandingan pertama sebesar 0,0688. Nilai ini digunakan untuk menghitung nilai

koefisien determinasi (R^2), sesuai dengan Persamaan (10).

$$R^2 = 1 - \frac{0,0688}{1,7404} \times 100\% = 96,05\%$$

Jadi, nilai koefisien determinasi (R^2) yang diperoleh pada perbandingan pertama sebesar 96,05% artinya terdapat perubahan sebesar 3,95% pada indikator kependudukan di Indonesia tahun 2020 dengan tahun 2024.

Nilai transformasi perbandingan kedua dengan analisis Procrustes diperoleh dengan proses yang sama, yang dapat dilihat pada Tabel 3. Nilai M terkecil untuk perbandingan kedua sebesar 0,0119.

Tabel 3. Hasil analisis Procrustes perbandingan kedua

Proses Transformasi	Nilai
Translasi (E_T)	0,0260
Rotasi (E_R)	0,0122
Dilatasi (E_D)	0,0119

Ukuran kemiripan untuk perbandingan kedua:

$$R^2 = 1 - \frac{0,0122}{1,6830} \times 100\% = 99,29\%$$

Jadi, diperoleh nilai R^2 sebesar 99,29% artinya terdapat perubahan sebesar 0,71% pada indikator kependudukan di Indonesia tahun 2023 dengan tahun 2024. Karena R^2 lebih dari 80% maka dapat diambil kesimpulan bahwa indikator kependudukan di Indonesia pada tahun 2023 dengan tahun 2024 memiliki kemiripan yang sangat tinggi. Artinya kependudukan di Indonesia antar kedua tahun tersebut tidak menunjukkan perubahan.

Nilai translasi, rotasi, dan dilatasi pada perbandingan indikator kependudukan tahun 2023 dengan 2024 jauh lebih kecil dibandingkan tahun 2020 dengan 2024. Hal ini menunjukkan bahwa perubahan posisi, arah, dan skala data indikator kependudukan antara tahun 2023 dengan 2024 sangat kecil, sehingga kedua konfigurasi data tersebut hampir mirip. Sebaliknya, perubahan tahun 2020 dengan 2024 lebih besar meskipun masih memiliki tingkat kemiripan yang cukup tinggi. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa data indikator kependudukan di Indonesia mengalami perubahan yang jauh lebih kecil dalam satu tahun terakhir dibandingkan dengan perubahan selama empat tahun terakhir.

4 KESIMPULAN

Berdasarkan hasil representasi analisis biplot indikator kependudukan di Indonesia tahun 2020, 2023, dan 2024, posisi objek (provinsi) pada setiap

kuadran tidak menunjukkan perubahan yang besar dari tahun ke tahun. Sebagian objek berada di sekitar pusat koordinat, menunjukkan bahwa indikator kependudukan antar provinsi pada umumnya memiliki kesamaan dan tidak mengalami perbedaan yang besar. Beberapa objek merupakan *outlier*, seperti DKI Jakarta dan DI Yogyakarta dari tahun 2020 hingga tahun 2024 mengalami sedikit perubahan posisi, lalu Jawa Barat, Jawa Tengah, dan Jawa Timur tetap berada di kuadran III. Objek Papua Barat dan Papua berada di kuadran IV namun tahun 2024 posisi Papua berbeda jauh dengan tahun-tahun sebelumnya. Posisi kelima provinsi tersebut menunjukkan karakteristik indikator kependudukan yang berbeda dibandingkan wilayah lainnya. Sementara itu, arah dan posisi vektor antar variabel menunjukkan bahwa variabel angka kelahiran hidup, angka kematian bayi dan balita, angka kematian ibu, dan jumlah penduduk berada di kuadran III serta saling berdekatan, artinya korelasi positif tinggi. Sebaliknya, variabel laju pertumbuhan penduduk dan rasio jenis kelamin berada di kuadran IV menunjukkan korelasi positif tinggi dan kontribusi dominan terhadap PC1. Variabel kepadatan penduduk, UHH, HLS dan RLS cenderung mengarah ke atas serta saling berdekatan, menunjukkan korelasi positif satu sama lain dan berkontribusi besar terhadap PC2.

Penerapan analisis Procrustes pada perbandingan konfigurasi indikator kependudukan tahun 2020 dengan 2024 sebesar 96,05% dan tahun 2023 dengan 2024 sebesar 99,29%, sehingga dapat disimpulkan bahwa indikator kependudukan di Indonesia antar kedua tahun tersebut relatif tidak menunjukkan banyak perubahan.

Penelitian ini hanya membahas perbandingan matriks data pada 3 tahun, sehingga untuk penelitian selanjutnya dapat diperluas pada periode data tahun-tahun lainnya guna memperoleh perbandingan yang lebih komprehensif. Selain itu, penerapan analisis Procrustes dapat digunakan pada eksplorasi perbandingan dari hasil metode analisis grafis selain biplot, seperti *Correspondence Analysis* (CA) dan *Multiple Correspondence Analysis* (MCA).

REFERENSI

- [1] BPS, Indikator Kesejahteraan Rakyat 2024. 2024.
- [2] BPS, Indikator Kependudukan di Indonesia. 2025.
- [3] A. I. Alfassa, "Peran Grand Desain Pembangunan Kependudukan (GDPK) pada Fenomena Kependudukan di Indonesia Melalui 5 Pilar Kependudukan," *J. Demogr. Ethnography, Soc. Transform.*, vol. 4, no. 1, pp. 1–10, 2024, [Online]. Available: <https://ejournal.lp2m.uinjambi.ac.id/ojs/index.php/demos/article/view/2242>
- [4] R. B. Suharto, *Teori Kependudukan*. Samarinda: RV Pustaka Horizon, 2020.
- [5] M. Aliabit, M. R. F. Habibie, and S. P. Wulandari, "Pengelompokan Indikator Kependudukan Provinsi Jawa Timur Tahun 2021 Menggunakan Analisis Cluster," *Triwikrama J. Ilmu Sos.*, vol. 6, no. 2, pp. 1–20, 2024.
- [6] N. N. Alyarahma and C. Sormin, "Analisis Cluster Metode K-Means untuk Indikator Kependudukan pada Kabupaten/Kota di Provinsi Jambi," *Multi Prox. J. Stat.*, vol. 2, no. 2, pp. 136–6, 2023.
- [7] E. Tantri and V. Ratnasari, "Pengaruh Indikator Kependudukan Terhadap Tingkat Pengangguran Terbuka di Indonesia dengan Pendekatan Regresi Panel," vol. 5, no. 2, pp. 23–28, 2016.
- [8] R. Kurniawati, S. W. Rizkia, and H. Perdana, "Analisis Biplot dan Procrustes pada Indikator Indeks Pembangunan Manusia Di Kalimantan Barat," *Bul. Ilm. Mat. Stat. dan Ter.*, vol. 11, no. 1, pp. 11–18, 2022.
- [9] A. E. Curtis, T. A. Smith, B. A. Ziganshin, and J. A. Eleftheriades, "The Mystery of the Z-Score," *AORTA*, vol. 4, no. 4, pp. 124–130, 2016, doi: <http://dx.doi.org/10.12945/j.aorta.2016.16.014>.
- [10] R. A. Johnson and D. W. Wichern, *Applied Multivariate Statistical Analysis: Sixth Edition*. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2007. doi: 10.1007/978-3-031-63833-6.
- [11] Ade Eriyen Saputri, Admi Salma, Nonong Amalita, and Dony Permana, "Biplot and Procrustes Analysis of Poverty Indicators By Province in Indonesia in 2015 dan 2019," *UNP J. Stat. Data Sci.*, vol. 2, no. 1, pp. 1–7, 2024, doi: 10.24036/ujsds/vol2-iss1/124.
- [12] I. T. Jolliffe, *Principal Component Analysis: Second Edition*. 1986.
- [13] F. Irfina and L. Wachidah, "Analisis Procrustes terhadap Perubahan Faktor-Faktor Penyebab Kemiskinan di Provinsi Jawa Barat Tahun 2017 dan 2019," *Bandung Conf. Ser. Stat.*, vol. 2, no. 2, pp. 482–489, 2022, doi: 10.29313/bcss.v2i2.4759.
- [14] B. Maharani, M. A. Mukid, and Suparti, "Analisis Procrustes pada Indikator Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Tengah (Studi Kasus IPM Tahun 2008 dan 2003)," *J. Gaussian*, vol. 4, no. 4, pp. 755–764, 2015.