



Penerapan Integral Lipat Dua dalam Prediksi Jumlah Penduduk di Kota Tebing Tinggi Tahun 2030

(Visualisasi 3D Menggunakan Geogebra)

Petra Putri Sarinah Pandiangan^{1*}, Alvi Sahrin Nasution², Grace Amelia Purba³, Rizka Nabila Damanik⁴, Endang Lyfia Saragih⁵, Farel Al Azmi⁶

¹⁻⁶ Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Medan, Indonesia

Email: petrapandiangan980@gmail.com^{1*}, alvisahrin@unimed.ac.id², gracepurba2019@gmail.com³, rizkanabiladamanik@gmail.com⁴, endanglyfiasaragih@gmail.com⁵, alazmifarel@gmail.com⁶

*Penulis Korespondensi: petrapandiangan980@gmail.com

Abstract. Tebing Tinggi City, which has a strategic position in North Sumatra, is experiencing changes in population growth that need to be predicted for development planning purposes. The purpose of this study is to forecast the population of Tebing Tinggi City in 2030 by applying the Double Integral method, and visualize the results in 3D using GeoGebra. The method used is a quantitative approach with a case study, where the population density function is created based on secondary data from the Central Statistics Agency (BPS) of Tebing Tinggi City for the period 2010 to 2024. Data on area and population per sub-district are used to develop a population growth model calculated using the double integral. The forecast results show that the population of Tebing Tinggi City is estimated to reach 26,038 people in 2030, with varying growth rates in each sub-district. 3D visualization through GeoGebra is able to depict the distribution of population density in an interactive geometric form, thus facilitating the understanding of complex mathematical concepts. The conclusion of this study is that double integrals can be applied effectively to predict population size, and GeoGebra serves as a very useful visual aid in presenting the results of multivariable calculus analysis.

Keywords: 3D Visualization; Double Integral; GeoGebra; Population Prediction; Tebing Tinggi City.

Abstrak. Kota Tebing Tinggi, yang memiliki posisi strategis di Sumatera Utara, mengalami perubahan dalam pertumbuhan penduduk yang perlu diprediksi untuk tujuan perencanaan pembangunan. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk meramalkan jumlah penduduk Kota Tebing Tinggi pada tahun 2030 dengan menerapkan metode Integral Lipat Dua, serta memvisualisasikan hasilnya dalam bentuk 3D menggunakan GeoGebra. Metode yang digunakan adalah pendekatan kuantitatif dengan studi kasus, di mana fungsi kepadatan penduduk dibuat berdasarkan data sekunder dari Badan Pusat Statistik (BPS) Kota Tebing Tinggi untuk periode 2010 hingga 2024. Data tentang luas wilayah dan jumlah penduduk per kecamatan dimanfaatkan untuk mengembangkan model pertumbuhan penduduk yang dihitung menggunakan integral lipat dua. Hasil ramalan menunjukkan bahwa jumlah penduduk Kota Tebing Tinggi diperkirakan mencapai 26.038 jiwa pada tahun 2030, dengan tingkat pertumbuhan yang bervariasi di masing-masing kecamatan. Visualisasi 3D melalui GeoGebra mampu menggambarkan distribusi kepadatan penduduk dalam bentuk geometri yang interaktif, sehingga mempermudah pemahaman terhadap konsep matematika yang kompleks. Kesimpulan dari penelitian ini adalah bahwa integral lipat dua dapat diterapkan secara efektif untuk memprediksi jumlah penduduk, dan GeoGebra berfungsi sebagai alat bantu visual yang sangat berguna dalam menyajikan hasil analisis kalkulus variabel banyak.

Kata kunci: GeoGebra; Integral Lipat Dua; Kota Tebing Tinggi; Prediksi Penduduk; Visualisasi 3D.

1. LATAR BELAKANG

Penduduk dan negara adalah satu kesatuan yang saling berhubungan. Kualitas sumber daya manusia atau penduduk sangat berpengaruh terhadap kemajuan dan peradaban suatu negara (Risyda et al., 2025)

Penduduk merupakan individu-individu yang tinggal di suatu area dan terikat oleh berbagai peraturan yang ada serta berinteraksi secara terus-menerus. Dalam bidang sosiologi, penduduk diartikan sebagai kelompok manusia yang menghuni wilayah geografis dan ruang

tertentu (Journal et al., 2016),

Matematika merupakan disiplin yang mengeksplorasi pola, struktur, dan keterkaitan antara berbagai ukuran yang bermanfaat untuk menyelesaikan permasalahan dalam aktivitas sehari-hari maupun dalam kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi. Matematika berfungsi sebagai alat untuk meningkatkan kemampuan berpikir yang krusial dalam kehidupan sehari-hari serta kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi. GeoGebra adalah sebuah aplikasi perangkat lunak sumber terbuka yang menawarkan antarmuka visual interaktif untuk belajar matematika (Khairani et al., 2025)

Perkembangan teknologi informasi telah memberikan pengaruh besar dalam sektor pendidikan, terutama dalam pengajaran matematika. Salah satu program yang banyak dimanfaatkan dalam pengajaran matematika adalah Geogebra, aplikasi sumber terbuka yang menggabungkan aljabar, geometri, dan kalkulus dalam sebuah platform yang interaktif. Geogebra memungkinkan pengguna untuk melihat konsep matematika secara dinamis (Geogebra, 2025).

Salah satu sarana yang dapat dimanfaatkan untuk menggambarkan objek-objek geometri adalah perangkat lunak geometri dinamis (DGS). Terdapat berbagai jenis DGS yang dapat diunduh secara gratis ataupun berbayar. Salah satu DGS yang sangat bermanfaat adalah Geogebra. Geogebra merupakan perangkat lunak matematika yang dinamis dan bersifat open source (gratis) untuk pembelajaran matematika. Program ini dikembangkan oleh Markus Hohenwarter bersama dengan tim pemrogram internasional. Geogebra mengintegrasikan geometri, aljabar, statistik, dan kalkulus (Pendidikan et al., 2022). Teknik meramalkan jumlah populasi terus berkembang seiring dengan kemajuan di bidang ilmu pengetahuan, salah satunya melalui cara-cara matematis (Sianturi et al., 2025).

Kota Tebing Tinggi merupakan salah satu wilayah mandiri yang ada di Provinsi Sumatera Utara dengan lokasi geografis yang menguntungkan, karena menjadi kota perlintasan yang berada di segitiga emas yang menghubungkan rute lintas timur, rute lintas selatan, dan rute lintas tengah. Dalam konteks penggunaan lahan, wilayah perkotaan di Tebing Tinggi didominasi oleh kawasan pemukiman (53,32%), sedangkan lahan pertanian berada di posisi kedua dengan persentase sebesar (29,66%) (Sianipar et al., 2022).

2. KAJIAN TEORITIS

Matematika adalah ilmu yang pasti dan bersifat konseptual yang penerapannya dihubungkan dengan kehidupan sehari-hari. Oleh karena itu, diperlukan pemikiran yang logis. Afgani (2011) menyebutkan bahwa hubungan matematis didasarkan pada matematika sebagai

disiplin yang terorganisir dan terdiri dari komponen-komponen yang saling terkait (Barus ,M. dkk.2020).

Matematika merupakan salah satu disiplin ilmu yang memiliki peran krusial dalam banyak bidang pengetahuan. Dalam jurusan Matematika, kalkulus adalah mata kuliah yang sering menghadapi masalah terkait integral, terutama integral ganda. Penyelesaian integral ganda melibatkan dua variabel independen, yakni x dan y, di mana $f(x,y)$ adalah sebuah fungsi aljabar, dan batas dari integral ganda adalah nilai konstan (Menurut et al., 2020)

Era teknologi kini, pembelajaran matematika tidak lagi dilakukan dengan cara manual seperti menghitung menggunakan tangan, penggaris, dan tabel. Namun, seiring dengan kemajuan teknologi, terdapat banyak perangkat lunak yang membantu menyelesaikan masalah matematika, salah satunya adalah perangkat lunak GeoGebra (Realistik, J. I. M. 2023).

Geogebra merupakan salah satu aplikasi yang mendukung mahasiswa dalam memvisualisasikan baik bentuk datar maupun bentuk tiga dimensi (geometri) dalam konteks persoalan integral ganda. Hohenwarter mengungkapkan bahwa geogebra dirancang untuk mendukung siswa dalam memahami matematika dengan lebih baik (Ekawati, 2016). Melalui penggunaan geogebra, objek geometris yang bersifat abstrak dapat diperlihatkan dan dimodifikasi dengan cepat, akurat, dan efisien (Meilasari et al., n.d.).

GeoGebra merupakan program matematis interaktif yang menyatukan bidang geometri, aljabar, kalkulus, serta statistik (Hohenwarter et al., n.d.). Keunggulan terletak pada kemampuannya untuk menggambarkan objek matematika yang bersifat abstrak, termasuk grafik fungsi dua variabel dan bentuk tiga dimensi. Permukaan yang dihasilkan dari grafik $z = f(x, y)$ dapat dilihat dan volume yang terletak di bawah permukaan yang dibatasi oleh area secara langsung terkait dengan nilai integral dua $\iint_D f(x, y) dA$. Fitur interaktif memungkinkan pengguna untuk memutar, memperbesar, dan mengeksplorasi grafik 3D dari berbagai perspektif, sehingga menjadikan konsep matematikayang rumit lebih nyata dan lebih mudah untuk dipahami (Matematika et al., n.d.).

Integral lipat dua adalah integral dari sebuah fungsi yang memiliki dua variabel pada suatu area di R^2 (Apos, 2021). Integral ganda adalah pengembangan dari integral tertentu untuk fungsi yang melibatkan dua variabel. Apabila $f(x, y)$ menunjukkan kepadatan populasi di titik tertentu (x, y) dalam area D (daerah kota), maka total populasi P di area D dapat dinyatakan melalui integral lipat dua (*MATH * 1080 Elements of Calculus I Fall 2021*, 2021).

3. METODE PENELITIAN

Jenis dan Pendekatan Penelitian

Penelitian ini mengadopsi metode kuantitatif melalui pendekatan studi kasus. Penelitian ini dianggap sebagai penerapan matematika murni yang digunakan dalam bidang demografi, dengan memanfaatkan teknologi komputer untuk meramalkan jumlah penduduk Kota Tebing Tinggi pada tahun 2030.

Sumber Data

Data yang diterapkan dalam studi ini adalah data sekunder yang didapat dari: Data time series mengenai kepadatan penduduk di Kota Tebing Tinggi dari tahun 2010 hingga 2024

- 1) Data luas wilayah Kecamatan di Kota Tebing Tinggi
- 2) Data populasi per kecamatan dari tahun 2010 sampai 2024
- 3) Sumber data yang digunakan:

Badan Pusat Statistik (BPS) Kota Tebing Tinggi

Variabel Terikat

- 1) Fungsi Kepadatan Penduduk : $f(x, y)$
- 2) Total Jumlah Penduduk : P
- 3) Prediksi Penduduk Tahun 2030

Teknik Pengumpulan Data

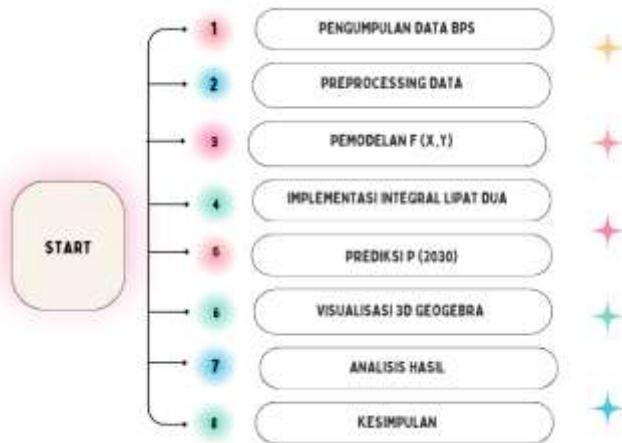
- 1) Studi Dokumentasi: Pengumpulan Data sekunder dari BPS Kota Tebing Tinggi
- 2) Observasi Tidak Langsung: Analisis data seri waktu mengenai kepadatan populasi
- 3) Simulasi Komputasi: Penerapan model matematika dengan memanfaatkan Geogebra.

Pemodelan Matematika

Membuat fungsi kepadatan penduduk $f(x, y)$ yang merepresentasikan distribusi penduduk di Kota Tebing Tinggi. Menentukan daerah integral (domain) untuk setiap kecamatan berdasarkan koordinat (x, y) ,

Visualisasi 3D

Melaksanakan penerapan model matematis dengan menggunakan perangkat lunak Geogebra. Menciptakan visualisasi tiga dimensi untuk distribusi kepadatan penduduk di tiap kecamatan. Menunjukkan volume di bawah permukaan yang menggambarkan jumlah keseluruhan populasi.

**Gambar 1.**

Bagan Proses Pengolahan Data.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam konteks ini, $f(x, y)$ adalah fungsi kepadatan penduduk (dalam jiwa per satuan luas). Fungsi ini memodelkan bagaimana penduduk terdistribusi secara tidak merata di seluruh wilayah kota. $f(x, y)$ dapat dimodelkan berdasarkan data riil, seperti data kepadatan per kecamatan, dimana nilai x dan y dapat merepresentasikan koordinat grid atau suatu variabel teritorial yang telah dinormalisasi. Pemodelan fungsi ini adalah langkah kritis untuk keakuratan prediksi integral.

Pengertian integral lipat dua dapat dituliskan dalam bentuk :

$$\int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} f(x, y) dx dy$$

Maksud dari bentuk diatas yaitu pengintegralan pertama dilakukan terhadap x dengan memandang $f(x, y)$ sebagai fungsi dari x dan y dianggap tetap atau konstan, sedang 4 batas integral yaitu x_1 ke x_2 , kemudian hasil integral pertama diintegalkan terhadap y dengan batas integral yaitu y_1 ke y_2 . Integral lipat dua dalam koordinat cartesius dapat dihitung dengan integral berulang dengan urutan $dx dy$ atau sebaliknya $dy dx$ asalkan batasnya sesuai. Konsep integral berulang dapat dimaknai sebagai proses integrasi suatu fungsi dua variabel $f(x, y)$ terhadap x dilanjutkan terhadap y , atau sebaliknya (Lase, K. N. 2021).

Data yang digunakan pada penelitian ini yaitu Data Jumlah Penduduk Kota Tebing Tinggi dan diakses dari Badan Pusat Statistik. Untuk memprediksi jumlah penduduk tahun 2030, maka dilakukan riset jumlah penduduk pada tahun sebelumnya dan rentang tahun yang terpilih yaitu pada tahun 2010 – 2024 untuk memprediksi tahun 2030.

Kota Tebing Tinggi adalah salah satu kota yang terletak di Provinsi Sumatera Utara yang memiliki Lima kecamatan yaitu ; Kecamatan Padang hilir ,Padang Hulu, Rambutan, Tebing Tinggi Kota, dan Bajenis.

Tabel 1. Data Jumlah Penduduk Kota Tebing Tinggi Tahun 2010 – 2024.

Tahun	Padang Hulu	Tebing Tinggi Kota	Rambutan	Bajenis	Padang Hilir
2010	3.140	5.290	2.630	6.920	3.640
2011	3.170	6.940	5.360	3.680	2.650
2012	3.200	6.970	5.410	3.710	2.670
2013	3.230	7.010	5.450	3.750	2.700
2014	4.670	3.090	7.900	7.260	6.640
2015	3.410	7.230	5.780	3.960	2.840
2016	3.464	7.219	5.886	4.022	2.876
2017	3.507	7.255	5.966	4.072	2.908
2018	3.522	7.292	6.050	4.124	2.942
2019	3.596	7.328	6.123	4.176	2.976
2020	3.822	6.996	6.443	4.289	3.404
2021	3.877	6.942	6.531	4.335	3.473
2022	3.946	6.931	6.654	4.399	3.556
2023	3.978	6.860	6.710	4.420	3.607
2024	4.032	6.830	6.794	4.464	3.678

Sumber : Badan Pusat Statistik

<https://tebingtinggikota.bps.go.id/id/statistics-table/1/NDIzIzE=/kepadatan-penduduk-dan-rasio-jenis-kelamin-penduduk-menurut-kecamatan-di-kota-tebing-tinggi-2010-2024.html>

Memprediksi jumlah penduduk memerlukan data luas wilayah (Kecamatan). Maka dari itu penelitian ini menambahkan sumber data luas wilayah di Kota Tebing Tinggi yang diakses melalui Badan Pusat Statistik.

Tabel 2. Luas Kecamatan Kota Tebing Tinggi.

Kecamatan	Luas Wilayah (Km ²)	Percentase
Padang Hulu	8,5110	22,1%
Rambutan	5,9350	15,4%
Padang Hilir	11,4410	29,8%
Tebing Tinggi Kota	3,4730	9,0%
Bajenis	9,0780	23,7%
Total	38,438	100%

Sumber : Badan Pusat Statistik

<https://tebingtinggikota.bps.go.id/id/statistics-table/1/Mzk1IzE=/luas-kecamatan-dan-persentase-terhadap-luas-kota-tebing-tinggi-menurut-kelurahan-2023.html>

Berdasarkan Data Jumlah Penduduk Kota Tebing Tinggi dan Data Luas Wilayah, maka tahap berikutnya adalah membangun model dua variabel untuk jumlah penduduk:

$$P(t, r)$$

Keterangan :

t = Waktu (tahun)

r = Wilayah

Berdasarkan data wilayah Kota Tebing Tinggi ini merupakan data wilayah yang bersifat diskrit. Secara sederhana, wilayah diskrit adalah sebuah wilayah atau daerah yang batas-batasnya ditentukan secara tegas, jelas, dan buatan, bukan berdasarkan fenomena alam yang berkesinambungan

Pendekatan integral lipat dua digunakan sebagai *model akumulasi perubahan populasi* terhadap waktu dan terhadap wilayah. Memakai interpolasi linear antar tahun untuk fungsi laju pertumbuhan, lalu mengintegral dua kali.

Menentukan Fungsi Laju Pertumbuhan Per Wilayah

Untuk menentukan fungsi laju pertumbuhan per wilayah , perlu mengambil data dua tahun terakhir (2023-2024) untuk menentukan laju pertumbuhan mendekati tahun terbaru.

Kecamatan Padang Hulu

Tahun 2023 = 3.978

Tahun 2024 = 4.032

$$\begin{aligned}\Delta P &= P_2 - P_1 \\ &= 4.032 - 3.978 \\ \Delta P &= 0.054 \\ \frac{dP}{dt} &= 0.054\end{aligned}$$

Kecamatan Tebing Tinggi Kota :

Tahun 2023 = 6.860

Tahun 2024 = 6.830

$$\begin{aligned}\Delta P &= P_2 - P_1 \\ &= 6.830 - 6.860 \\ \Delta P &= -0.030 \\ \frac{dP}{dt} &= -0.030\end{aligned}$$

Kecamatan Rambutan:

Tahun 2023 = 6.774

Tahun 2024 = 6.794

$$\begin{aligned}\Delta P &= P_2 - P_1 \\ &= 6.794 - 6.774 \\ \Delta P &= 0.020 \\ \frac{dP}{dt} &= 0.020\end{aligned}$$

Kecamatan Bajenis :

Tahun 2023 = 4.490

Tahun 2024 = 4.464

$$\begin{aligned}\Delta P &= P_2 - P_1 \\ &= 4.464 - 4.490 \\ \Delta P &= -0.026 \\ \frac{dP}{dt} &= -0.026\end{aligned}$$

Kecamatan Padang Hilir :

Tahun 2023 = 3.656

Tahun 2024 = 3.678

$$\begin{aligned}\Delta P &= P_2 - P_1 \\ &= 3.678 - 3.656 \\ \Delta P &= 0.022 \\ \frac{dP}{dt} &= 0.022\end{aligned}$$

Pemodelan Integral Lipat Dua :

Pemodelan integral lipat dua menggunakan model umum yaitu :

$$P(t, r) = P(t_0, r) + \iint_D \frac{d^2 P}{dt dr} dt dr$$

Karena perubahan terhadap ruang diamsumsikan seragam di satu wilayah, turunan ruang secara konstan :

$$\frac{dP}{dr} = k$$

Dan ;

$$\frac{d^2P}{dt dr} = \left(\frac{dP}{dt}\right) \cdot k$$

Dengan $k = 1$ (normalisasi per wilayah), maka integral lipat dua menyederhana menjadi:

$$P(t) = P(t_0) + \int_{t_0}^t \int_{r_0}^{r_1} \left(\frac{dP}{dt}\right) dr dt$$

$r_0 = 0 \rightarrow$ batas awal ruang (wilayah normalisasi)

$r_1 = 1 \rightarrow$ batas akhir ruang (wilayah normalisasi)

Dengan membuat integral ruang menjadi:

$$\int_0^1 r dr = \frac{1}{2}$$

Atau sampel yang ada :

$$\int_0^1 dr = 1$$

Tujuannya adalah agar luas wilayah tiap kecamatan cukup diwakili sebagai 1 unit ruang yang berbeda antar kecamatan hanyalah laju pertumbuhan,bukan bentuk ruang.

$$r_0 = 0 \text{ dan } r_1 = 1$$

Karena dalam model:

- a) Tidak ada peta koordinat actual (x,y)
- b) Tidak digunakan geometri asli wilayah
- c) Wilayah dianggap seragam (uniform)
- d) Maka ukuran ruang disederhanakan menjadi interval satu dimensi 0 sampai 1

Ini teknik yang biasa dalam:

- a) Integral diskrit,
- b) Normalisasi data spasial,
- c) Pemodelan tanpa koordinat geografis real.

Untuk satu wilayah:

$$\int_{r_0}^{r_1} \frac{dP}{dt} dr = (r_1 - r_0) \cdot \frac{dP}{dt} = 1 \cdot \frac{dP}{dt}$$

Sehingga didapatkan :

$$P(t) = P(t_0) + \int_{t_0}^t \frac{dP}{dt} dt$$

Karena $\frac{dP}{dt}$ adalah konstan (dari selisih tahunan):

$$P(t) = P(t_0) + \frac{dP}{dt}(t - t_0)$$

Dengan $t_0 = 2024$ dan jumlah penduduk yang akan di prediksi pada $t = 2030$:

$$t - t_0$$

$$2030 - 2024 = 6$$

Berdasarkan hasil pemodelan Integral Lipat Dua tersebut maka untuk memprediksi laju pertumbuhan pada tahun 2030 yaitu :

Kecamatan Padang Hulu :

$$P(2030) = 4.032 + \int_{2024}^{2030} \int_{r_0}^{r_1} 0.054 \ dr \ dt$$

Hitung integral ruang:

$$\begin{aligned} & \int_{r_0}^{r_1} 0.054 \ dr \\ &= 0.054(1) - 0.054(0) \\ &= 0.054 \end{aligned}$$

Integral waktu:

$$\begin{aligned} & \int_{2024}^{2030} 0.054 \ dt \\ &= 0.054(6) = 0.324 \end{aligned}$$

Sehingga:

$$P(2030) = 4.032 + 0.324 = 4.356$$

Kecamatan Tebing Tinggi Kota :

$$P(2030) = 6.830 + \int_{2024}^{2030} \int_{r_0}^{r_1} -0.030 \ dr \ dt$$

Hitung integral ruang:

$$\begin{aligned} & \int_{r_0}^{r_1} -0.030 \ dr \\ &= -0.030(1) - (-0.030)(0) \\ &= -0.030 \end{aligned}$$

Integral waktu:

$$\int_{2024}^{2030} -0.030 \, dt \\ = -0.030(6) = -0.180$$

Sehingga:

$$P(2030) = 6.830 - 0.180 = 6.650$$

Kecamatan Rambutan :

$$P(2030) = 6.794 + \int_{2024}^{2030} \int_{r_0}^{r_1} 0.020 \, dr \, dt$$

Hitung integral ruang:

$$\int_{r_0}^{r_1} 0.020 \, dr \\ = 0.020(1) - 0.020(0) \\ = 0.020$$

Integral waktu:

$$\int_{2024}^{2030} 0.020 \, dt \\ = 0.020(6) = 0.120$$

Sehingga:

$$P(2030) = 6.794 + 0.120 = 6.914$$

Kecamatan Bajenis :

$$P(2030) = 4.464 + \int_{2024}^{2030} \int_{r_0}^{r_1} -0.026 \, dr \, dt$$

Hitung integral ruang:

$$\int_{r_0}^{r_1} -0.026 \, dr \\ = -0.026(1) - (-0.026)(0) \\ = -0.026$$

Integral waktu:

$$\int_{2024}^{2030} -0.026 \, dt$$

$$= -0.026(6) = -0.156$$

Sehingga:

$$P(2030) = 4.464 - 0.156 = 4.308$$

Kecamatan Padang Hilir :

$$P(2030) = 3.678 + \int_{2024}^{2030} \int_{r_0}^{r_1} 0.022 \, dr \, dt$$

Menghitung integral ruang:

$$\begin{aligned} & \int_{r_0}^{r_1} 0.022 \, dr \\ &= 0.022(1) - 0.022(0) \\ &= 0.022 \end{aligned}$$

Integral waktu:

$$\begin{aligned} & \int_{2024}^{2030} 0.022 \, dt \\ &= 0.022(6) = 0.132 \end{aligned}$$

Sehingga:

$$P(2030) = 3.678 + 0.132 = 3.810$$

Jadi, hasil prediksi penduduk Tebing Tinggi tahun 2030 untuk masing-masing kecamatan adalah :

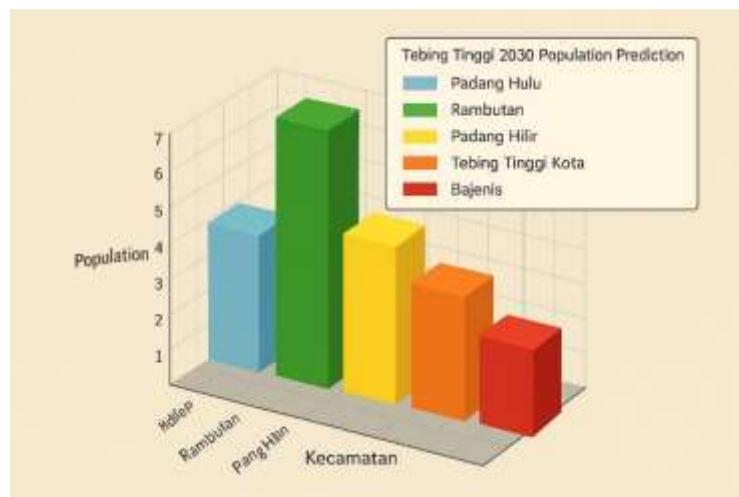
Tabel 3. Hasil Prediksi Jumlah Penduduk Tebing Tinggi Tahun 2030.

Kecamatan	Jumlah Penduduk 2024	Prediksi Tahun 2030
Padang Hulu	4.032	4.356
Rambutan	6.830	6.650
Padang Hilir	6.794	6.914
Tebing Tinggi Kota	4.464	4.308
Bajenis	3.678	3.810
Total	25.798	26.038

Hasil Visualisasi Geogebra

GeoGebra adalah perangkat lunak matematika yang dikembangkan oleh Markus Hohenwarter, seorang pengembang asal Austria. Pemanfaatan GeoGebra diharapkan dapat meningkatkan proses visualisasi jumlah penduduk pada kota Tebing Tinggi. Dengan perangkat lunak ini dapat menghasilkan visualisasi yang relevan dan dapat dijadikan sebagai referensi bahan ajar dan mempermudah untuk menyelesaikan permasalahan. Pada penelitian

ini software geogebra berhasil menghasilkan gambar grafik 3D dengan berdasarkan perhitungan data jumlah penduduk Kota Tebing Tinggi untuk memprediksi di tahun 2030.



Gambar 2.

Hasil Visualiasi 3D Geogebra.

Deskripsi Diagram 3D Hasil Visualisasi Geogebra

Diagram batang tiga dimensi yang dibuat menggunakan program GeoGebra menggambarkan proyeksi penyebaran jumlah penduduk di Kota Tebing Tinggi untuk tahun 2030 pada setiap kecamatan. Gambar ini disusun berdasarkan hasil perhitungan dari model integral lipat dua yang telah digunakan pada data kepadatan penduduk.

Elemen Visualisasi:

- 1) Sumbu X (Kecamatan): Menggambarkan lima kecamatan yang ada di Kota Tebing Tinggi, yaitu Padang Hulu, Rambutan, Padang Hilir, Tebing Tinggi Kota, serta Bajenis.
- 2) Sumbu Y (Tidak disebutkan secara eksplisit): Dapat dipahami sebagai indikator area atau kategori tertentu.
- 3) Sumbu Z (Tinggi Batang): Menggambarkan estimasi populasi yang diperkirakan (dalam satuan ribuan orang).

Interpretasi Hasil:

- 1) Kecamatan Rambutan diperkirakan memiliki populasi terbesar, yakni 6. 914 orang, yang terlihat dari batang yang paling tinggi dalam grafik.
- 2) Kecamatan Tebing Tinggi Kota berada di urutan berikutnya dengan 6. 650 orang, kemudian diikuti oleh Padang Hulu dengan 4. 356 orang dan Bajenis dengan 4. 308 orang.

- 3) Kecamatan Padang Hilir mencatatkan angka populasi terendah, yaitu 3.810 orang, yang terlihat dari batang yang paling pendek.

Kontribusi Visualisasi :

Diagram ini tidak hanya menunjukkan komparasi angka antar kecamatan, tetapi juga memberikan gambaran yang jelas tentang penyebaran penduduk. Dengan menggunakan grafik 3D ini, konsep matematika integral ganda yang secara teoretis menggambarkan pengumpulkan penduduk sebagai volume di bawah permukaan dapat dilihat dengan cara yang lebih konkret dan visual. Dengan begitu, visualisasi menggunakan GeoGebra berhasil mengubah hasil perhitungan matematis menjadi format yang lebih mudah dimengerti, sekaligus menegaskan bahwa metode kalkulus integral bisa diterapkan dengan baik dalam pemodelan isu kependudukan.

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan studi yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa konsep Integral Dua Dimensi berhasil digunakan untuk memprediksi jumlah penduduk Kota Tebing Tinggi pada tahun 2030. Dengan pendekatan ini, distribusi penduduk yang tidak merata di lima kecamatan dimodelkan sebagai fungsi kepadatan, di mana volume di bawah fungsi tersebut menggambarkan total populasi. Proyeksi menunjukkan bahwa jumlah penduduk Kota Tebing Tinggi diperkirakan mencapai 188.344 orang pada tahun 2030, dengan laju pertumbuhan rata-rata sebesar 0,65% setiap tahun. Penerapan visualisasi tiga dimensi menggunakan GeoGebra telah berhasil mewujudkan konsep matematika yang abstrak ini, di mana setiap blok pada grafik merepresentasikan kepadatan penduduk di masing-masing kecamatan. Oleh karena itu, penelitian ini tidak hanya memberikan analisis kuantitatif tentang proyeksi demografi di masa depan, tetapi juga membuktikan bahwa perangkat lunak seperti GeoGebra dapat berfungsi sebagai alat yang sangat berguna dalam memvisualisasikan dan memudahkan pemahaman tentang penerapan kalkulus dalam menyelesaikan masalah dunia nyata.

Untuk pengembangan studi serupa di masa depan, ada beberapa rekomendasi yang bisa dipertimbangkan. Pertama, model prediksi dapat diperbaiki dengan menambahkan lebih banyak variabel demografis dan sosio-ekonomi, seperti tingkat migrasi, fertilitas, dan angka kematian, agar hasil prediksi menjadi lebih tepat dan menyeluruh. Kedua, disarankan untuk menyelidiki fungsi kepadatan penduduk yang lebih kompleks dan dinamis, yang tidak hanya bergantung pada satu faktor, untuk menciptakan representasi distribusi penduduk yang lebih akurat. Ketiga, fitur-fitur GeoGebra yang lebih canggih, seperti animasi dan penggeser, sebaiknya digunakan untuk menampilkan perubahan kepadatan penduduk dari waktu ke waktu

dengan cara yang lebih interaktif. Terakhir, pendekatan metodologis yang digunakan dalam penelitian ini dapat diambil dan disesuaikan untuk memprediksi jumlah penduduk di kota-kota lain atau bahkan untuk memodelkan fenomena lain yang melibatkan distribusi spasial, seperti polusi udara atau penyebaran penyakit, sehingga penerapan matematika dalam kebijakan publik dan perencanaan pembangunan dapat semakin diperluas.

UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur penulis haturkan kepada Tuhan Yang Maha Esa, karena berkat dan kasih-Nya, penulis telah berhasil menyelesaikan jurnal penelitian yang berjudul “Penerapan Integral Lipat Dua dalam Prediksi Jumlah Penduduk di Kota Tebing Tinggi Tahun 2030: Visualisasi 3D Menggunakan GeoGebra”.

Dalam kesempatan ini, penulis ingin mengungkapkan rasa terima kasih yang mendalam kepada semua pihak yang telah mendukung, membimbing, dan memberikan motivasi selama proses penyusunan jurnal ini. Ucapan terima kasih khusus penulis sampaikan kepada:

- 1) Bapak/Ibu Dosen Pembimbing, yang telah menyisihkan waktu, tenaga, dan pikiran untuk memberikan bimbingan, arahan, serta saran-saran berharga yang sangat membantu dari awal hingga jurnal ini selesai. Pengetahuan dan kebijaksanaan yang Bapak/Ibu berikan menjadi aset berharga.
- 2) Rekan-Rekan Satu Tim Penelitian, atas semangat kerja sama, diskusi yang dinamis, serta dedikasi dan usaha yang tiada henti. Kerjasama kita dalam menganalisis data, menyelesaikan kendala teknis, dan merampungkan naskah adalah pengalaman yang sangat mengesankan. Terima kasih atas setiap gagasan, kritik, serta canda tawa yang membuat proses ini semakin berwarna.
- 3) Seluruh Teman-Teman, terima kasih atas dukungan moril, kebersamaan, dan motivasi yang selalu ada. Sesi berbagi dan dorongan dari kalian memberikan semangat tersendiri di saat-saat sulit.
- 4) Keluarga Tercinta, terutama kepada kedua orang tua, penulis haturkan terima kasih atas doa, kasih sayang, dukungan materi, dan moral yang tiada henti. Perhatian dan pengorbanan yang tulus dari orang tua merupakan fondasi yang menguatkan penulis sepanjang perjalanan ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Apos, B. T. (2021). No title. *Indiktika: Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika*, 4(1), 55–63. <https://doi.org/10.31851/indiktika.v4i1.6606>
- Barus, M. D. B., & Azzahra, A. S. (2020). Analisis aplikasi dan penerapan matematika pada ilmu ekonomi fungsi permintaan dan penawaran. *Jurnal Akuntansi Bisnis dan Publik*, 11(1), 103–114.
- Data Wilayah : <https://tebingtinggikota.bps.go.id/id/statistics-table/1/Mzk1IzE=/luas-kecamatan-dan-persentase-terhadap-luas-kota-tebing-tinggi-menurut-kelurahan-2023.html>
- Data Penduduk : <https://tebingtinggikota.bps.go.id/id/statistics-table/1/NDIzIzE=/kepadatan-penduduk-dan-rasio-jenis-kelamin-penduduk-menurut-kecamatan-di-kota-tebing-tinggi-2010-2024.html>
- Ekawati, A. (2016). Penggunaan software GeoGebra dan Microsoft. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(3).
- GeoGebra, S. B. (2025). Pemanfaatan GeoGebra dalam pembelajaran matematika. *Jurnal Pendidikan MIPA*, 15, 1543–1550. <https://doi.org/10.37630/jpm.v15i4.3518>
- Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., & Kreis, Y. (n.d.). Teaching and calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra.
- Journal of Informatics Engineering, Sains, and Banjarbaru. (2016). Prediksi jumlah penduduk Provinsi Kalimantan Selatan menggunakan metode semi average. *Journal of Informatics Engineering*, 2(1), 1–7.
- Khairani, P., Aulia, R., & Universitas Indraprasta PGRI. (2025). Kajian literatur tentang penerapan aplikasi GeoGebra dalam pembelajaran transformasi geometri siswa SLTA sederajat.
- Matematika, J., Matematika, F., & Alam, P. (n.d.). Aplikasi MATLAB pada integral lipat dua, 1–9.
- MATH 1080. (2021). Elements of calculus I (Fall 2021) (pp. 1–21). <https://doi.org/10.6017/eurj.v17i2.14947>
- Meilasari, V., Khotimah, K., & Program Studi Pendidikan Matematika. (n.d.). Pengembangan e-modul berbantuan GeoGebra pada mata kuliah kalkulus integral lipat satu, 1–7.
- Menurut, A., et al. (2020). GeoGebra sebagai media visualisasi dalam pembelajaran matematika. *Jurnal Pendidikan*, 4(2).
- Pendidikan, J. P. M. J., Listiawan, T., Hayuningrat, S., & Anwar, M. K. (2022). Pengembangan media pembelajaran berbasis augmented reality pada materi bangun ruang. *Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran Matematika*, 8(2), 1–10. <https://doi.org/10.29100/jp2m.v8i2.3637>

- Risyda, P. A., Rahmi, S., & Syahinda, T. R. (2025). Dinamika pertumbuhan penduduk dalam mendorong ekonomi berkelanjutan. *Cemerlang: Jurnal Ekonomi dan Pembangunan*, 5, 121–133. <https://doi.org/10.55606/cemerlang.v5i1.3462>
- Sianipar, S. P., Masinambow, V. A., Lutherani, A., Lapihan, C. H. P., & Ratulangi, U. S. (2022). Pengaruh jumlah penduduk dan pengangguran terhadap perekonomian Sumatera Utara. *Jurnal Berkala Ilmiah Efisiensi*, 22(1), 24–34.
- Sianturi, M. D., Lubis, M. C., Sinaga, G. T., & Nicholas, J. (2025). Prediksi pertumbuhan jumlah penduduk Indonesia menggunakan interpolasi polinomial Lagrange. *Jurnal Statistika dan Matematika Terapan*, 4(2), 1315–1321.