

PENERAPAN METODE RUNGE KUTTA FEHLBERG PADA PERSAMAAN LOGISTIK DALAM MEMPREDIKSI PERTUMBUHAN PENDUDUK DI SULBAR

[Application Of The Runge Kutta Fehlberg Method In Logistic Equations in Predicting Population Growth in Sulbar]

Syarfiah^{1)*}, Muh. Irwan²⁾, Sri Dewi Anugrawati³⁾

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi,
Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar

syarfiah03@gmail.com (corresponding)

ABSTRAK

Penelitian ini membahas penerapan metode Runge Kutta Fehlberg untuk persamaan logistik dalam memprediksi pertumbuhan populasi di Sulawesi Barat. Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian terapan yang bertujuan untuk memperoleh hasil prediksi pertumbuhan populasi di Provinsi Sulawesi Barat dimasa depan. Hasil penelitian diperoleh dengan ukuran langkah $h = 0,01$ dan laju pertumbuhan $m = 0,0198$ yang menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45) dengan nilai populasi awal yaitu $P(t_0) = 1.419.229$ jiwa adalah $P(t_{10}) = 1.506.142$ jiwa. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode Runge Kutta Fehlberg (RKF 45) dapat diterapkan pada persamaan logistik dalam memprediksi jumlah penduduk di Provinsi Sulawesi Barat.

Kata kunci: Persamaan diferensial biasa; metode runge kutta fehlberg 45; persamaan logistik; pertumbuhan penduduk

ABSTRACT

This research discusses the application of the Runge Kutta Fehlberg method in predicting population growth in West Sulawesi through the logistic equation. Employing applied research methodology, the study seeks to forecast future population trends in the West Sulawesi province. Utilizing a step size of $h = 0.01$ and a growth rate of $m = 0.0198$, the Runge-Kutta Fehlberg method (RKF 45) was applied, starting from an initial population value of $P(t_0) = 1.419.229$ individuals, resulting in a projected population of $P(t_{10}) = 1.506.142$ individuals. These findings demonstrate the applicability of the Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45) method in predicting population dynamics in West Sulawesi Province.

Keywords: Ordinary differential equations; runge kutta fehlberg 45 method; logistics equation; population growth

PENDAHULUAN

Matematika merupakan ilmu pengetahuan yang penting dalam kehidupan sehari-hari. Matematika adalah induk ilmu pengetahuan, dibangun dari pengembangan konsep-konsep dasar kebentuk berfikir yang lebih kompleks dan kemampuan menganalisis masalah dengan menghubungkan dengan konsep yang diakui kebenarannya. Dengan bantuan pembelajaran matematika tidak hanya dapat memecahkan masalah matematika, tetapi juga diharapkan dapat menjadi solusi dalam permasalahan sehari-hari.

Persamaan diferensial merupakan salah satu cabang dari matematika yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah dalam berbagai ilmu pengetahuan seperti bidang ekonomi, biologi, fisika,

matematika dan lain sebagainya. Persamaan diferensial adalah persamaan yang mengandung satu atau lebih turunan fungsi yang tidak diketahui. Persamaan diferensial biasa dibagi menjadi dua yaitu persamaan diferensial biasa linier dan non linier. Gabungan dari beberapa persamaan diferensial disebut sistem persamaan diferensial. Beberapa fenomena di alam dapat dimodelkan dalam bentuk persamaan diferensial yaitu seperti model ayunan sederhana, model populasi logistik menurut Verhulst, laju perubahan tekanan uap suatu zat, hukum gerak Newton dan lain-lain. Persamaan diferensial biasa nonlinear meliputi model ayunan sederhana dan model populasi logistik. Dimana pada model pertumbuhan logistik, memasukkan batas untuk populasinya sehingga jumlah populasi tidak akan tumbuh secara tak terhingga.

Ada dua jenis persamaan diferensial yaitu persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial. Persamaan diferensial biasa adalah persamaan diferensial yang hanya memuat satu variabel bebas. Ketika $y(x)$ diambil sebagai fungsi satu variabel, x disebut variabel bebas dan y disebut variabel terikat. Sedangkan persamaan diferensial parsial adalah persamaan yang mengandung dua atau lebih variabel bebas.

Metode yang dapat digunakan untuk memecahkan persamaan diferensial biasa orde tinggi adalah metode numerik. Digunakan metode numerik yang merupakan metode untuk memperoleh solusi pendekatannya. Sejauh ini dikenali beberapa metode numerik seperti metode Euler, metode deret Taylor, dan metode Runge-Kutta. Semua metode ini dikelompokkan ke dalam metode satu langkah karena untuk menaksir nilai dibutuhkan satu buah taksiran nilai sebelumnya.

Metode Runge Kutta adalah metode yang dalam perhitungannya hanya membutuhkan sebuah nilai awal untuk memperoleh solusinya. Oleh karena itu, Metode Runge Kutta termasuk salah satu metode satu langkah. Metode Runge Kutta disebut juga metode penyelesaian masalah nilai awal persamaan diferensial dengan pendekatan iterasi numerik. Metode ini merupakan metode alternatif dari metode deret taylor yang memberikan ketelitian hasil yang besar dan tidak memerlukan turunan fungsi.

Metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45) termasuk salah satu metode numerik yang memiliki kelebihan pada hal akurasi. Metode ini juga secara efektif menangani perubahan cepat dalam variabel dependen dan menjadikannya pilihan yang baik dalam pemecahan persamaan diferensial. Metode Runge-Kutta- Fehlberg (RKF 45) adalah metode dari keluarga Runge-Kutta orde 4 dengan akurasi atau tingkat ketelitian hingga orde-5. Ketelitian tinggi dapat terjadi karena metode ini memiliki 6 konstanta perhitungan yang dapat memperbarui solusi sampai orde-5. Metode RKF 45 merupakan metode Runge Kutta yang sering digunakan dan salah satu metode popular saat ini. Galat pemotongan pada metode ini dapat dihitung dengan membandingkan hasil perhitungan y_{i+1} dan \hat{y}_{i+1} pada orde selanjutnya.

Penelitian sebelumnya membahas Metode Runge-Kutta-Fehlberg untuk Penyelesaian Persamaan Diferensial Non Linear menggunakan persamaan Lotka-Volterra (Randhi Nanang Darmawan, 2019). Penelitian lainnya solusi numerik persamaan diferensial non linear dengan metode runge kutta pada model populasi logistik (Irma, 2021). Dalam penelitian ini, dibahas persamaan diferensial biasa nonlinear yaitu persamaan logistik untuk memprediksi jumlah pertumbuhan penduduk.

Model pertumbuhan logistik, juga dikenal sebagai model terkait kepadatan yang merupakan model pertumbuhan populasi yang mencerminkan pengaruh kompetisi intraspesifik. Penghambatan pertumbuhan penduduk dapat dijelaskan secara matematis dengan menambahkan pengaruh variabel kepadatan ke persamaan eksponensial.

Bentuk persamaan logistik yaitu:

$$\frac{dP(t)}{dt} = m \left(1 - \frac{P(t)}{K}\right) P(t) \quad (1)$$

$P(t)$ menyatakan jumlah penduduk pada saat t , m menyatakan laju pertumbuhan populasi dan K merupakan kapasitas lingkungan yang menunjukkan batas maksimal dimana pertumbuhan dapat terjadi. Persamaan diatas merupakan persamaan diferensial biasa orde satu nonlinear dan disebut sebagai persamaan logistik.

Sulawesi Barat merupakan salah satu kelompok provinsi kecil yang ada di Indonesia dan pernah menjadi bagian dari Provinsi Sulawesi Selatan. Provinsi ini memiliki potensi geografis cukup strategis (Septika Dwi Haryati, 2022). Provinsi Sulawesi Barat memiliki peran strategis dalam mendukung peran Sulawesi di tingkat nasional sebagai pusat produksi dan pengolahan hasil pertanian, perkebunan, perikanan

serta pertambangan nikel khususnya simpul perkebunan kakao dan simpul perikanan. Kinerja perekonomian Sulawesi Barat tahun 2011 – 2013 cenderung mengalami penurunan. Kemudian meningkat lagi menjadi 8,73 pada tahun 2014. Selama kurun waktu tersebut laju pertumbuhan rata-rata Sulawesi Barat sebesar 8,91 persen, berada di atas rata-rata nasional 5,9 persen. Tingginya pertumbuhan ekonomi Sulawesi Barat turut didukung oleh pemanfaatan sumber daya alam yang melimpah di wilayah ini.

Pertambahan penduduk dapat mempengaruhi kemajuan dan kesejahteraan suatu wilayah, serta pemenuhan kebutuhan penduduk dimasa yang akan datang maka memerlukan peningkatan kualitas perencanaan pembangunan. Oleh karena itu, saat ini dan di masa yang akan datang, data kependudukan sangat dibutuhkan melalui prakiran jumlah penduduk.

Berdasar uraian di atas, rumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimana pertumbuhan penduduk di Sulawesi Barat menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45). Adapun tujuan penelitian adalah untuk mengetahui pertumbuhan penduduk di Provinsi Sulawesi Barat menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45).

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan penelitian kajian teori dan terapan. Penelitian terapan yaitu proses pengumpulan, pencatatan, dan analisis data yang sistematis dan objektif yang dilakukan dalam pengambilan keputusan. Sedangkan kajian teori membahas mengenai serangkaian konsep, definisi, dan perspektif terhadap suatu hal yang tesusun secara sistematis.

Adapun prosedur penelitian yang diterapkan oleh peneliti adalah sebagai berikut:

1. Mengambil data sekunder untuk persamaan logistik yang berasal dari Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Sulawesi Barat yaitu data jumlah penduduk, laju pertumbuhan penduduk, dan kapasitas tampung Sulawesi Barat.

2. Menentukan nilai fungsi dari persamaan logistik.

- 3.

$$\frac{dP(t)}{dt} = m \left(1 - \frac{P(t)}{K}\right) P(t) \quad (2)$$

4. Melakukan perhitungan dengan metode Runge Kutta Fehlberg orde 4 dan orde 5 untuk mendapatkan solusi numerik pada persamaan logistik.

$$\text{Formula orde-4 : } P_{i+1} = P_i + \frac{25}{216} k_1 + \frac{1408}{2565} k_3 + \frac{2197}{4104} k_4 - \frac{1}{5} k_5$$

$$\text{Formula orde-5 : } \hat{P}_{i+1} = P_i + \frac{16}{135} k_1 + \frac{6656}{12825} k_3 + \frac{28561}{56430} k_4 - \frac{9}{50} k_5 + \frac{2}{55} k_6$$

$$\text{Dengan } k_1 = hf(t_i, P_i) \text{ dan } k_n = hf(t_i + a_n h, P(t)_i + \sum_{m=1}^{n-1} b_{nm} k_m), n = 2, \dots, 6$$

Keterangan:

t_i dan $P(t)_i$: Nilai awal

i : $0, 1, 2, \dots, N - 1$

N : Banyak langkah atau iterasi

h : Ukuran langkah

a_n dan b_{nm} : Koefisien dari metode RKF 45

5. Menginterpretasikan hasil solusi numerik menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45).
6. Menarik kesimpulan dari hasil solusi numerik pada persamaan logistik menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan prosedur penelitian, langkah-langkah yang perlu dilakukan untuk memperoleh prediksi jumlah pertumbuhan penduduk di Provinsi Sulawesi Barat menggunakan metode Runge Kutta Fehlberg (RKF 45) diberikan sebagai berikut :

Langkah 1: Data yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Sulawesi Barat

Berdasarkan data dari Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Sulawesi Barat luas wilayah Sulawesi Barat mengikuti keputusan Menteri Dalam negeri Nomor 100.1.1-6117 Tahun 2022 yaitu $16.594,75 \text{ km}^2$. Penduduk Provinsi Sulawesi Barat tahun 2020 berdasarkan hasil sensus penduduk sebanyak 1.419.229 jiwa. Laju pertumbuhan penduduk pertahun tercatat 1,98 persen atau 0,0198 dengan kepadatan penduduk 126 jiwa/km².

Untuk menentukan kapasitas daya tampung digunakan rumus sebagai berikut:

$$\begin{aligned}K &= \text{Luas daerah} \times \text{Kepadatan penduduk} \\&= 16.594,75 \text{ km}^2 \times 126 \text{ jiwa/km}^2 \\&= 2.090.938,5 \text{ jiwa} \\K &\approx 2.090.939 \text{ jiwa}\end{aligned}$$

Langkah 2: Menentukan nilai fungsi dari persamaan logistik

Nilai-nilai dari langkah 1 disubtitusikan ke persamaan logistik

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dt} &= m \left(1 - \frac{P(t)}{K}\right) P(t) \\f(t_i, P_i) &= 0,0198 \left(1 - \frac{P(t_i)}{2.090.939}\right) P(t_i)\end{aligned}$$

Pada iterasi pertama, interval waktu atau jarak langkah yang digunakan yaitu $h = 0,01$ (Yenci & Lutfi, 2022). Kemudian nilai awal $P(t_0) = 1.419.229$.

Langkah 3: Melakukan perhitungan dengan metode Runge Kutta Fehlberg orde 4 dan orde 5 untuk mendapatkan solusi numerik pada persamaan logistik.

Pada iterasi pertama, interval waktu atau jarak langkah yang digunakan yaitu $h = 0,01$. Kemudian diberikan $P(t_0) = 1.419.229$ dan $t_0 = 0$ tahun sebagai nilai awal sehingga diperoleh hasil penyelesaian numerik model persamaan logistik menggunakan metode Runge Kutta Fehlberg (RKF 45) sebagaimana pada persamaan berikut:

$$\begin{aligned}P_{0+1} &= P_0 + \frac{25}{216} k_1 + \frac{1408}{2565} k_3 + \frac{2197}{4104} k_4 - \frac{1}{5} k_5 \\ \hat{P}_{0+1} &= P_0 + \frac{16}{135} k_1 + \frac{6656}{12825} k_3 + \frac{28561}{56430} k_4 - \frac{9}{50} k_5 + \frac{2}{55} k_6\end{aligned}$$

$$t_1 = t_0 + ih$$

Dengan

$$\begin{aligned}k_1 &= hf(t_0, P_0) \\&= h \times \left(m \left(1 - \frac{P_0}{K}\right) P_0\right) \\&= 0,01 \times \left(0,0198 \left(1 - \frac{1.419.229}{2.090.939}\right) 1.419.229\right) \\&= 90,27305\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_2 &= hf \left(t_0 + \frac{1}{4}h, P_0 + \frac{1}{4}k_1 \right) \\
&= h \times \left(m \left(1 - \frac{P_0 + \frac{1}{4}k_1}{K} \right) \left(P_0 + \frac{1}{4}k_1 \right) \right) \\
&= 0,01 \times \left(0,0198 \left(1 - \frac{1.419.229 + \frac{1}{4}(90,27305)}{2.090.939} \right) \left(1.419.229 + \frac{1}{4}(90,27305) \right) \right) \\
&= 90,27145
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_3 &= hf \left(t_0 + \frac{3}{8}h, P_0 + \frac{3}{32}k_1 + \frac{9}{32}k_2 \right) \\
&= h \times \left(m \left(1 - \frac{P_0 + \frac{3}{32}k_1 + \frac{9}{32}k_2}{K} \right) P_0 + \frac{3}{32}k_1 + \frac{9}{32}k_2 \right) \\
&= 0,01 \times \left(0,0198 \left(1 - \frac{1.419.229 + \frac{3}{32}(90,27305) + \frac{9}{32}(90,27145)}{2.090.939} \right) \left(1.419.229 + \frac{3}{32}(90,27305) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \frac{9}{32}(90,27145) \right) \right) \\
&= 90,27065
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_4 &= hf \left(t_0 + \frac{12}{13}h, P_0 + \frac{1932}{2197}k_1 - \frac{7200}{2197}k_2 + \frac{7296}{2197}k_3 \right) \\
&= h \times \left(m \left(1 - \frac{P_0 + \frac{1932}{2197}k_1 - \frac{7200}{2197}k_2 + \frac{7296}{2197}k_3}{K} \right) P_0 + \frac{1932}{2197}k_1 - \frac{7200}{2197}k_2 + \frac{7296}{2197}k_3 \right) \\
&= 0,01 \times \left(0,0198 \left(1 - \frac{1.419.229 + \frac{1932}{2197}(90,27305) - \frac{7200}{2197}(90,27145) + \frac{7296}{2197}(90,27065)}{2.090.939} \right) 1.419.229 + \right. \\
&\quad \left. \frac{1932}{2197}(90,27305) - \frac{7200}{2197}(90,27145) + \frac{7296}{2197}(90,27065) \right) \\
&= 90,26715 \\
k_5 &= hf \left(t_0 + h, P_0 + \frac{439}{216}k_1 - 8k_2 + \frac{3680}{513}k_3 - \frac{845}{4101}k_4 \right) \\
&= h \times \left(m \left(1 - \frac{P_0 + \frac{439}{216}k_1 - 8k_2 + \frac{3680}{513}k_3 - \frac{845}{4101}k_4}{K} \right) P_0 + \frac{439}{216}k_1 - 8k_2 + \frac{3680}{513}k_3 - \frac{845}{4101}k_4 \right) \\
&= 0,01 \times \left(0,0198 \left(1 - \frac{1.419.229 + \frac{439}{216}(90,27305) - 8(90,27145) + \frac{3680}{513}(90,27065) - \frac{845}{4101}(90,26715)}{2.090.939} \right) 1.419.229 + \right. \\
&\quad \left. \frac{439}{216}(90,27305) - 8(90,27145) + \frac{3680}{513}(90,27065) - \frac{845}{4101}(90,26715) \right) \\
&= 90,26666
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_6 &= hf \left(t_0 + \frac{1}{2}h, P_0 - \frac{8}{27}k_1 + 2k_2 - \frac{3544}{2565}k_3 + \frac{1859}{4104}k_4 - \frac{11}{40}k_5 \right) \\
&= h \times \left(m \left(1 - \frac{P_0 - \frac{8}{27}k_1 + 2k_2 - \frac{3544}{2565}k_3 + \frac{1859}{4104}k_4 - \frac{11}{40}k_5}{K} \right) P_0 - \frac{8}{27}k_1 + 2k_2 - \frac{3544}{2565}k_3 + \frac{1859}{4104}k_4 - \frac{11}{40}k_5 \right) \\
&= 0,01 \times \left(0,0198 \left(1 - \frac{1.419.229 - \frac{8}{27}(90,27305) + 2(90,27145) - \frac{3544}{2565}(90,27065) + \frac{1859}{4104}(90,26715) - \frac{11}{40}(90,26666)}{2.090.939} \right) 1.419.229 - \right. \\
&\quad \left. \frac{\frac{8}{27}(90,27305) + 2(90,27145) - \frac{3544}{2565}(90,27065) + \frac{1859}{4104}(90,26715) - \frac{11}{40}(90,26666)}{2.090.939} \right) \\
&= 90,26986
\end{aligned}$$

Kemudian mensubtitusikan nilai dari fungsi evaluasi k_1 sampai k_6 ke formulasi orde 4 maka akan diperoleh hasil dari solusi numerik pada model persamaan logistik menggunakan metode RKF orde 4 sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
P_{0+1} &= P_0 + \frac{25}{216}k_1 + \frac{1408}{2565}k_3 + \frac{2197}{4104}k_4 - \frac{1}{5}k_5 \\
P_1 &= P_0 + \frac{25}{216}k_1 + \frac{1408}{2565}k_3 + \frac{2197}{4104}k_4 - \frac{1}{5}k_5 \\
P_1 &= 1.419.229 + \frac{25}{216}(90,27305) + \frac{1408}{2565}(90,27065) + \frac{2197}{4104}(90,26715) - \frac{1}{5}(90,26666) \\
P_1 &= 1.419.319,26985.
\end{aligned}$$

Jadi pada waktu

$$\begin{aligned}
t_1 &= t_0 + h \\
&= 0 + 0,01 \\
&= 0,01.
\end{aligned}$$

Diperoleh $P(t_1) = 1.419.319$ kemudian untuk iterasi selanjutnya dilakukan hal yang sama hingga iterasi ke-1000 atau akan memprediksi pertumbuhan penduduk untuk 10 tahun kedepan dengan menggunakan program R-Studio yaitu pada Tabel 1

Tabel 1. Hasil Solusi Numerik Pada Pers. Logistik Menggunakan Metode RKF Orde 4

Iterasi (i)	t_i	$P(t_i)$
0	0	1.419.229
1	0,01	1.419.319
2	0,02	1.419.410
300	3,00	1.446.019
400	4,00	1.454.816
500	5,00	1.463.545
600	6,00	1.472.206
700	7,00	1.480.796
800	8,00	1.489.316
900	9,00	1.497.765
1000	10,00	1.506.142

Selanjutnya mensubtitusikan nilai dari fungsi evaluasi k_1 sampai k_6 ke formulasi orde 5 untuk memperoleh hasil dari solusi numerik pada model persamaan logistik menggunakan metode RKF orde 5 sebagai berikut:

$$\hat{P}_{0+1} = P_0 + \frac{16}{135}k_1 + \frac{6656}{12825}k_3 + \frac{28561}{56430}k_4 - \frac{9}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_6$$

$$\hat{P}_1 = P_0 + \frac{16}{135}k_1 + \frac{6656}{12825}k_3 + \frac{28561}{56430}k_4 - \frac{9}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_6$$

$$\begin{aligned}\hat{P}_1 = & 1.419.229 + \frac{16}{135}(90,27305) + \frac{6656}{12825}(90,27065) + \frac{28561}{56430}(90,26715) - \frac{9}{50}(90,26666) + \\ & \frac{2}{55}(90,26986)\end{aligned}$$

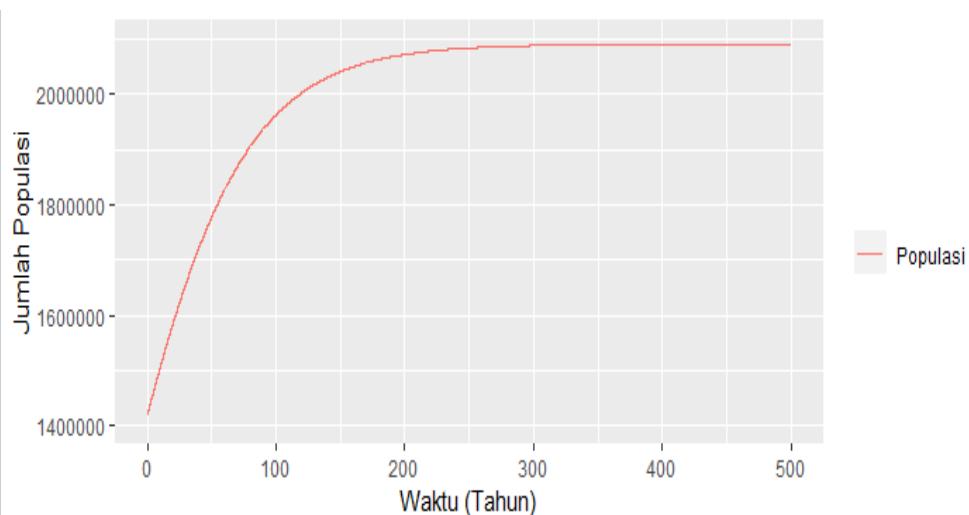
$$\hat{P}_1 = 1.419.319,26985.$$

Jadi pada waktu $t = 0.01$ diperoleh $\hat{P}_1 = 1.419.319$ jiwa kemudian untuk iterasi selanjutnya dilakukan hal yang sama hingga iterasi ke-1000 atau akan memprediksi pertumbuhan penduduk untuk 10 tahun ke depan dengan menggunakan program R-Studio yaitu pada Tabel 2

Tabel 2. Hasil Solusi Numerik Pada Pers. Logistik Menggunakan Metode RKF Orde 5

Iterasi (i)	t_i	$\hat{P}(t_i)$
0	0	1.419.229
1	0,01	1.419.319
2	0,02	1.419.410
300	3,00	1.446.019
400	4,00	1.454.816
500	5,00	1.463.545
600	6,00	1.472.206
700	7,00	1.480.796
800	8,00	1.489.316
900	9,00	1.497.765
1000	10,00	1.506.142

Plot Grafik hasil iterasi solusi numerik menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45) pada model persamaan logistik menggunakan program R-Studio, akan ditunjukkan pada plot Grafik sebagai berikut:



Gambar 1. Jumlah Populasi penduduk di Sulawesi Barat

Gambar 1 memperlihatkan bahwa dengan nilai awal atau P_0 senilai 1.419.229 jiwa dapat membuat grafik populasi penduduk mengalami peningkatan dari tahun ketahun hingga berada pada waktu $t = 300$ tahun kedepan dan ditahun selanjutnya mengalami peningkatan yang stabil karna telah mendekati kapasitas tampungnya sehingga peningkatan penduduknya semakin melambat yaitu 2.090.889 jiwa

Hasil penyelesaian model persamaan logistik menggunakan metode RKF 45 untuk $h = 0,01$ ditunjukkan pada Tabel 2. Berdasarkan hasil analisis tersebut dapat ditentukan nilai galat pemotongan/galat relatif metode RKF 45 yang diperoleh dengan melakukan operasi antara selisih variabel pada orde 4 dengan orde 5. Adapun hasil perhitungan galat relatif pada persamaan logistik dengan menggunakan metode Runge Kutta Fehlberg (RKF 45) untuk 0,01 Tahun dapat dilihat pada Tabel 3 sebagai berikut :

Tabel 3. Solusi Numerik dan Galat Pada Pers. Logistik Menggunakan Metode RKF 45

Iterasi (i)	t_i	$P(t_i)$	$\bar{P}(t_i)$	ϵ
100	1,00	1.428.224	1.428.224	0
200	2,00	1.437.154	1.437.154	0
300	3,00	1.446.019	1.446.019	0
400	4,00	1.454.816	1.454.816	0
500	5,00	1.463.545	1.463.545	0
600	6,00	1.472.206	1.472.206	0
700	7,00	1.480.796	1.480.796	0
800	8,00	1.489.316	1.489.316	0
900	9,00	1.497.765	1.497.765	0
1.000	10,00	1.506.142	1.506.142	0

Berdasarkan Tabel 3 dapat dilihat bahwa dengan jumlah iterasi 1000 pada waktu 0,01 Tahun menggunakan metode Runge Kutta Fehlberg 45 diperoleh nilai galat yang kecil. Semakin kecil galat yang dihasilkan maka semakin teliti solusi numerik yang didapatkan (Alkimsom, 1989).

Pada hasil prediksi, banyaknya jumlah penduduk di Sulawesi Barat menggunakan metode Runge Kutta Fehlberg (RKF 45) dengan nilai awal pada tahun 2020 yang diberikan $P(t_0) = 1.419.229$ jiwa diselesaikan secara numerik sampai pada iterasi ke- 1000 atau 10 Tahun kedepan, diperoleh 1.506.142 jiwa. Jumlah penduduk tersebut berdasarkan dari solusi numerik dari metode Runge Kutta Fehlberg (RKF 45).

Hasil penelitian menunjukkan bahwa pertumbuhan penduduk di Sulawesi Barat mengalami peningkatan dari nilai awal yang diberikan. Pertambahan penduduk berdasarkan hasil prediksi selama 10 tahun sebanyak 86.913 jiwa atau rata-rata 9,0 jiwa setiap tahun. Selanjutnya akan mengalami peningkatan yang stabil jika mendekati kapasitas tampungnya (K) = 2.090.939 jiwa sehingga peningkatan penduduknya semakin melambat.

PENUTUP

Simpulan

Berdasarkan tujuan dari penelitian dan hasil yang diperoleh, maka dapat disimpulkan bahwa metode Runge Kutta Fehlberg (RKF 45) dapat diterapkan pada persamaan logistik dalam memprediksi jumlah penduduk di Provinsi Sulawesi Barat. Adapun solusi numerik menggunakan metode Runge Kutta Fehlberg (RKF 45) dengan ukuran langkah $h = 0,01$ didapatkan untuk 0,01 Tahun yaitu 1.419.319 jiwa dan untuk prediksi 10 tahun ke depan, diperoleh hasil jumlah penduduk (P) sebesar 1.506.142 jiwa.

Saran

Penelitian ini membahas persamaan diferensial biasa non linear orde satu dengan penerapannya di kehidupan sehari-hari yaitu pertumbuhan penduduk menggunakan metode Runge Kutta Fehlberg (RKF 45). Adapun saran pada penelitian ini, untuk peneliti selanjutnya melakukan penelitian lebih lanjut tentang persamaan logistik yang mengalami perlambatan pertumbuhan penduduk jika mendekati kapasitas

tampung pada suatu wilayah dan menambahkan parameter yang berpengaruh pada model persamaan logistik.

DAFTAR PUSTAKA

- Atmika Ketut Adi. (2016). *Metode Numerik*. Univeritas Udayana: Diktat.
- Baiduri. (2002). *Persamaan Diferensial dan Matematika Model*. Malang: UMM Press.
- Butcher, C. J. (2008). *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations*. England: JohnWiley & Sons Ltd.
- Chapra, Steven C dan Canale, Raymond P. (2002). *Numerical Methods For Engineers with software and programming applications*. Fourth Edition. New York: The Mc Graw-Hill Companies, Inc.
- Djojodihardjo, H. (2000). *Metode Numerik*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.
- Dwi, Septika Haryati. (2022). *Statistik Daerah Provinsi Sulawesi Barat 2022*. Mamuju: Badan Pusat Statistik Provinsi Sulawesi Barat.
- Eziokwu, C. Emmanuel, dkk. (2020). On Review of the Convergence Analyses of the Runge Kutta Fixed Point Iterative Methods. Asian Journal of Pure and Applied Mathematics. Vol.2 No.1.
- Kurnia , Yenni. (2023). *Provinsi Sulawesi Barat Dalam Angka 2023*. Mamuju: Badan Pusat Statistik Provinsi Sulawesi Barat.
- Kusuma Jeffry & Abdillah. (2010). Solusi Numerik Persamaan Diferensial Biasa Dengan Metode Adams-Bashforth-Moulton Orde Lima. Jurnal Matematika, Statistika,& Komputasi, Volume 7 nomor 2.
- Latip Faranika, Dorrah Azis, & Suharsono. (2017). *Perbandingan Metode Adams Bashforth-Moulton dan Metode Milne-Simpson Dalam Penyelesaian Persamaan Diferensial Euler Orde 8*. Universitas Lampung: Prosiding Nasional Metode Kuantitatif.
- Maharani, Swasti dan Edy Suprapto. (2018). *Analisis Numerik*. Magetan: CV. AE MEDIA GRAFIKA.
- Mardianto, Y. B. (2022). Metode Runge-Kutta Orde 4 Dalam Penyelesaian Persamaan Gelombang 1D Syarat Batas Dirichlet. Indonesian Journal of Applied Mathematics Vol 2.
- Mathews, & Kurtis. (2004) . *Numerical Method Using Matlab*. 4th Editions. New Jersey: The Prentice Hall, Inc.
- Munir, R. (2003). *Metode Numerik*. Jakarta: Informatika.
- Nugoroho Didit. (2010). *Persamaan Diferensial Biasa dan Aplikasinya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Nurmadhani Nadya, & Faisol. (2022). Penerapan Model Pertumbuhan Logistik Dalam Memproyeksikan Jumlah Penduduk di Kabupaten Sumenep. Jurnal Edukasi Dan Sains Matematika, Volume 8 nomor 2.
- Pratiwi, C. D. (2020). Aplikasi Persamaan Diferensial Model Populasi Logistik untuk Mengestimasi Penduduk di Kota Balikpapan. AdMathEdu, Volume 10 no 1.
- Redjeki, Sri P. (2010). *Persamaan Diferensial*. Bandung: Diktak Kuliah MA2271 Metode Matematika.
- Richard L. Burden & J. Douglas Faires. (2011). *Numerical Analysis*. California: Cengage Learning.s
- Ritschel, T. (2013). *Numerical Methods for Solution of Differential Equations*. Lyngby: Departement of Applied Mathematics and Computer Science.
- Sasongko, S. (2010). *Metode Numerik dengan Scilab*. Yogyakarta: ANDI Yogyakarta.
- Tang, P., & Tay, E. (2021). Penerapan Model Logistik Eksponensial dan Model Logistik untuk Proyeksi Penduduk Tahun 2024 di Kabupaten Alor. SAINSTEK, Volume 5 nomor 1.
- Triatmodjo Bambang. (2022). *Metode Numerik*. Yogyakarta: Beta Offset.