

Penerapan Algoritma Bellman-Ford untuk Penentuan Rute Terpendek Objek Wisata di Kabupaten Lamongan

Layla Hidayatus Sholikah

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Islam Darul ‘Ulum Lamongan,
layla.2020@mhs.unisda.ac.id

Abstract. In conducting a trip, the shortest route is always a priority so that the trip is more efficient both in terms of time and cost. In the field of Graph Theory, there are several algorithms that can be applied to get the shortest route, one of which is the Bellman-Ford algorithm. This research applies the Bellman-Ford Algorithm to find the shortest route to tourist attractions in Lamongan Regency. The tourist destinations studied were 17 and divided into two groups of northern and southern regions. From the two groupings, two weighted and directed graph models with the shortest route were obtained. Both can be used as shortest route recommendations for tourists who will visit tourist attractions in Lamongan Regency.

Keywords: *Bellman-Ford algorithm, shortest route, graph theory, tourist attraction, Lamongan district*

Abstrak. Dalam melakukan sebuah perjalanan, rute terpendek selalu menjadi prioritas agar perjalanan lebih efisien baik dari segi waktu maupun biaya. Pada bidang Teori Graf, ada beberapa algoritma yang bisa diterapkan untuk mendapatkan rute terpendek, salah satunya adalah algoritma Bellman-Ford. Penelitian ini menerapkan Algoritma *Bellman-Ford* untuk mencari rute terpendek pada objek wisata di Kabupaten Lamongan. Destinasi objek wisata yang diteliti sebanyak 17 dan dibagi menjadi dua kelompok wilayah utara dan selatan. Dari dua pengelompokan tersebut diperoleh dua model graf berbobot dan berarah dengan rute terpendek. Keduanya bisa digunakan sebagai rekomendasi rute terpendek bagi wisatawan yang akan mengunjungi objek wisata di Kabupaten Lamongan.

Kata kunci: *Algoritma Bellman-Ford, rute terpendek, teori graf, objek wisata, kabupaten Lamongan*

1. Pendahuluan

Lamongan merupakan salah satu kabupaten yang berada di Provinsi Jawa Timur yang wilayahnya membentang dari selatan berbatasan dengan kabupaten Mojokerto dan pada bagian utara menyisir pantai utara (pantura). Lamongan mempunyai beragam objek wisata baik itu wisata alam, wisata buatan maupun wisata religi. Dengan potensi wisata yang dimilikinya, Lamongan memiliki peluang yang besar untuk menjadi tujuan utama destinasi wisata bagi wisatawan. Berdasarkan data dinas pariwisata di kabupaten lamongan dalam website Lamongan megilan, jumlah wisatawan mengalami penurunan dimulai pada tahun

2020 sebanyak 610.410 dikarenakan pandemi. Selanjutnya menunjukkan peningkatan di tahun 2022 sebanyak 4.520.418 wisatawan.

Secara geografis, objek wisata yang ada di Lamongan menyebar di beberapa tempat, sehingga untuk mengunjungi beberapa objek dibutuhkan perencanaan dan waktu yang tepat. Ada banyak rute yang bisa dipilih, akan tetapi wisatawan pasti menginginkan rute tercepat untuk menuju lokasi wisata demi efisiensi waktu, tenaga dan biaya. Untuk itu, pencarian rute terpendek menuju tempat wisata menjadi salah satu prioritas utama bagi wisatawan dalam menentukan rute, agar banyak destinasi bisa dikunjungi dalam suatu waktu yang telah ditentukan.

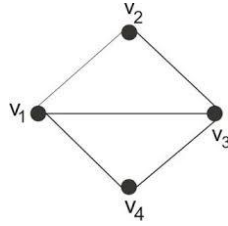
Teori graf merupakan ilmu matematika yang membahas tentang objek diskrit dan konektivitas (hubungan) antara objek satu dengan objek lainnya [1]. Teori Graf dapat digunakan dalam pemecahan masalah rute terpendek dengan menggunakan berbagai macam algoritma, diantaranya adalah algoritma *Bellman-Ford*, algoritma *Dijkstra* dan algoritma *Floyd Warshall*. Algoritma *Bellman-Ford* merupakan algoritma yang dapat digunakan untuk mencari rute terpendek dalam suatu lintasan. Sebagaimana algoritma *Dijkstra* dan algoritma *Floyd Warshall*, Algoritma *Bellman-Ford* dapat digunakan untuk sisi-sisi yang berbobot negatif namun tidak diperbolehkan memiliki siklus negatif [2]. Teori-teori yang berhubungan dengan hal tersebut telah banyak dikembangkan dengan berbagai algoritma yang memiliki kelebihan dan kekurangan masing-masing [3].

Dalam penelitian ini akan dianalisis rute dan jarak terpendek dalam menemukan rute objek wisata di Kabupaten Lamongan dengan menggunakan algoritma *Bellman-Ford*. Algoritma *Bellman-Ford* merupakan algoritma yang dapat digunakan dalam menghitung jarak terpendek dari satu sumber pada sebuah graf berbobot. Algoritma *Bellman-Ford* menggunakan $d[u]$ sebagai batas atas dan jarak $d[u, v]$ dari u ke v . Algoritma *Bellman-Ford* melakukan inisialisasi jarak titik awal menjadi nol dan semua titik tujuan menjadi tak hingga [2].

2. Landasan Teori

2.1 Graf

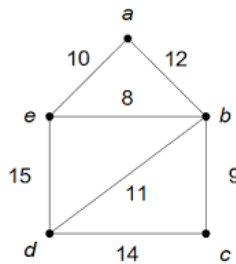
Graf adalah suatu cabang matematika yang mempelajari hubungan himpunan tidak kosong yang memuat elemen-elemen yang disebut titik dan suatu daftar pasangan elemen itu yang disebut sisi [4]. Teori graf merupakan ilmu matematika yang membahas tentang objek diskrit dan konektivitas (hubungan) antara objek satu dengan objek lainnya. Graf (G) didefinisikan sebagai pasangan dari titik set (V) dan sisi (E) yang ditulis menggunakan notasi $G = (V, E)$, dimana V adalah himpunan simpul dan E merupakan sisi dari himpunan yang menghubungkan sepasang simpul [1]. Dari definisi tersebut dapat disimpulkan bahwa graf adalah sekumpulan simpul yang dihubungkan oleh sisi-sisi. Berikut pada Gambar 1 ditampilkan visualisasi dari sebuah graf.



Gambar 1. Graf

2.2 Graf Berbobot

Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya memiliki sebuah harga (bobot). Bobot pada tiap garis menginterpretasikan makna yang berbeda tergantung pada masalah yang dimodelkan. Bobot dapat menyatakan jarak antara dua tiang listrik, kapasitas, biaya perjalanan anatar dua kota, waktu tempuh pesan dari sebuah titik komunikasi ke titik lainnya, bahkan ongkos dan produksi. Secara umum, gambaran dari graf berbobot dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Graf berbobot

2.3 Graf Berarah (Directed Graf)

Graf berarah merupakan graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah. Sisi yang memiliki arah disebut busur (arc). Pada graf berarah (V, E) dan (E, V) menyatakan dua busur yang berbeda, sehingga $(V, E) \neq (E, V)$. Pada graf berarah terdapat gelang (*loop*) tetapi tidak diperbolehkan sisi ganda [5].

Beberapa Pengertian dalam graf berarah :

- Derajat ke luar (*out degree*) suatu titik adalah banyaknya ruas yang mulai/ keluar dari titik tersebut.
- Derajat masuk (*in degree*) suatu titik adalah banyaknya ruas yang berakhir/ masuk ke titik tersebut.
- Titik berderajat ke dalam = 0 disebut sumber (*source*), sedangkan titik berderajat ke luar = 0 disebut muara (*sink*).
- Pengertian *Walk*, *Trail*, *Path* (Jalur) dan Sirkuit (*Cycle*) berlaku pula pada graf berarah, dimana harus sesuai dengan arah ruas. Kalau tidak sesuai dengan arah ruas-nya, maka disebut sebagai *semi walk*, *semi path* atau *semi trail*.

2.4 Algoritma *Bellman-Ford*

Algoritma ini dikembangkan oleh Richard Bellman and Lester Ford, Jr. Algoritma ini sangat mirip dengan Algoritma Dijkstra namun algoritma ini mampu menangani bobot negatif pada pencarian jalur terpendek pada sebuah graf berbobot. Algoritma Bellman-Ford merupakan pengembangan dari Algoritma Dijkstra, Algoritma Bellman-Ford akan benar jika dan hanya jika graf tidak terdapat cycle dengan bobot negatif yang dicapai dari sumber [6].

Secara umum langkah – langkah algoritmanya adalah sebagai berikut :

- a. Tentukan *vertex source* dan daftar seluruh *vertices* maupun *edges*.
- b. Assign nilai untuk distance dari *vertex source* = 0, dan yang lain infinite.
- c. Mulailah iterasi terhadap semua *vertices* yang berhubungan dengan *vertex source* dengan formula sebagai berikut ini:
 - $U = \text{Vertex asal}$
 - $V = \text{Vertex tujuan}$
 - $UV = \text{Edges yang menghubungkan } U \text{ dan } V$
 - Jika $\text{idistance } V$, lebih kecil dari $\text{distance } U + \text{Weigh } UV$ maka $\text{idistance } V$, diisi dengan $\text{idistance } U + \text{weigh } UV$
 - Lakukan hingga semua vertex terjelajahi.

3. Metode

Pada kasus ini, metode yang digunakan mengikuti langkah-langkah berikut:

3.1 Pengumpulan Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data objek wisata di Kabupaten Lamongan yang terdiri dari 17 objek wisata dan tersebar diseluruh wilayah Kabupaten Lamongan. Berikut data yang kami gunakan sebagaimana pada **Tabel 1**.

Tabel 1. Data Obyek Wisata Di Kabupaten Lamongan

No	Nama Objek Wisata	Lokasi
1	Pantai Kutang	Kentong, Labuhan, Kec. Brondong
2	Pohon Trinil	Lembor, Kec. Brondong
3	Tlogo Sadang	Desa Bluri, Kecamatan Solokuro
4	Wisata Bahari Lamongan	Jl. Raya Paciran, Paciran, Kec. Paciran
5	Makam Sunan Drajat	Dusun Drajat, Desa Drajat, Kecamatan Paciran
6	Pantai Putri Klayar Pemandian Air Panas	Klayar, Sidokelar, Kec. Paciran
7	Brumbung	Tepanas, Kranji, Kec. Paciran
8	Alun-Alun Lamongan	Jl. Lamongrejo, Tumenggungan, Kec. Lamongan

No	Nama Objek Wisata	Lokasi
9	Masjid Namira	Jl. Raya Mantup KM. 5, Sanur, Jotosanur, Kec. Tikung
10	Wego	Jl. Raya Waduk Gondang, Juwet, Deketagung, Kec. Sugio
11	Gunung Mas Mantup	Desa Tugu, Kecamatan Mantup
12	Waduk Gondang	Gondang Lor, Sugio
13	Gunung Pegat	Karang Asem, Karangembang, Kec. Babat
14	Gunung Ratu	Area Sawah/ Hutan, Sekidang, Kec. Sambeng
15	Goa Maharani	JL. Raya, Paciran, Kec. Paciran
16	Desa Sendang Duwur	Desa Sendang Duwur, Paciran
17	Tanjung Kodok	Jl. Raya Paciran, Paciran, Kec. Paciran

3.2 Pemodelan Graf Dari Data Objek Wisata

Data pada **Tabel 1** selanjutnya akan dibentuk menjadi graf berbobot yang memiliki arah. Bobot menunjukkan jarak antar obyek wisata, sementara arah merupakan visualisasi dari titik asal menuju titik lokasi yang dituju. Graf dibuat dengan menentukan titik disetiap jalur dan menentukan pasangan tiap sisi yang saling terhubung.

Dalam penelitian ini rute objek wisata akan dibagi menjadi dua kelompok karena jarak tiap objek wisata letaknya sangat berjauhan sehingga tidak efisien jika di modelkan dalam satu model graf. Dua kelompok tersebut membagi objek wisata Lamongan pada bagian utara dan Lamongan bagian selatan.

3.3 Perhitungan Menggunakan Algoritma Bellman-Ford

Dua kelompok destinasi wisata yang telah terbentuk kemudian dilakukan perhitungan untuk menentukan rute terpendek menggunakan Algoritma Bellman-Ford.

4. Hasil dan Pembahasan

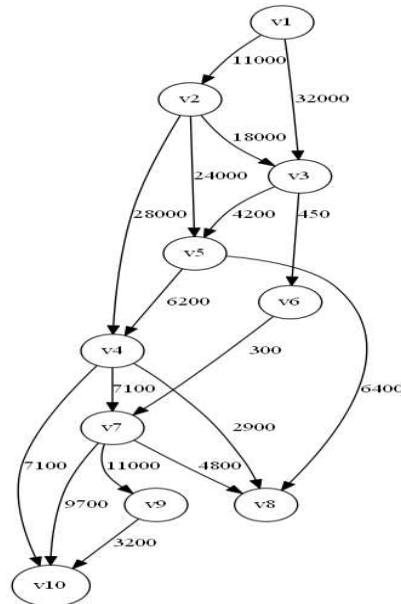
4.1 Model Graf 1 (Objek Wisata Bagian Utara)

Pada model graf 1 terdiri dari 10 titik objek wisata di Kabupaten Lamongan (bagian utara), dimana setiap objek wisata masing-masing dilambangkan dengan v_1, v_2, \dots, v_{10} yang ditunjukkan pada **Tabel 2**.

Tabel 2. Titik Objek Wisata Kabupaten Lamongan Graf 1

Titik	Nama Tempat Wisata
V_1	Pantai Kutang
V_2	Pohon Trinil
V_3	Tlogo Sadang

Titik	Nama Tempat Wisata
V_4	Wisata Bahari Lamongan
V_5	Makam Sunan Drajat
V_6	Pantai Putri Klayar
V_7	Pemandian Air Panas Brumbung
V_8	Goa Maharani
V_9	Desa Sendang Duwur
V_{10}	Tanjung Kodok



Gambar 4. Visualisasi rute Graf 1

Pada **Gambar 4** terlihat hasil graf dari 10 titik objek wisata di Kabupaten Lamongan (bagian utara) dimana sisi yang memiliki nilai bobot tertinggi (v_1, v_3) dan sisi yang memiliki nilai terendah adalah (v_6, v_7) dan seterusnya.

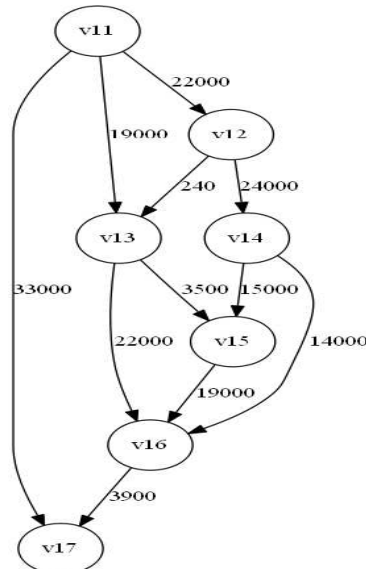
4.2 Model Graf 2 (Objek Wisata Bagian Selatan)

Pada model graf 2 terdiri dari 10 titik objek wisata di Kabupaten Lamongan (bagian selatan) dimana setiap objek wisata masing-masing dilambangkan dengan $v_{11}, v_{12}, \dots, v_{20}$ yang ditunjukkan pada **Tabel 3**.

Tabel 3. Titik Objek Wisata Kabupaten Lamongan Graf 2.

indeks	Nama Tempat Wisata
V_{11}	Alun-Alun Lamongan
V_{12}	Masjid Namira
V_{13}	Wego
V_{14}	Gunung Mas Mantup
V_{15}	Waduk Gondang

indeks	Nama Tempat Wisata
V_{16}	Gunung Pegat
V_{17}	Gunung Ratu



Gambar 5. Visualisasi rute Graf 2

Pada **Gambar 5** terlihat hasil graf dari 10 titik objek wisata di Kabupaten Lamongan (bagian selatan) dimana sisi yang memiliki nilai bobot tertinggi (v_{11}, v_{17}) dan sisi yang memiliki nilai terendah adalah (v_{12}, v_{13}) dan seterusnya.

4.3 Penerapan Algoritma *Bellman-Ford*

Selanjutnya pada bagian ini Algoritma *Bellman-Ford* diterapkan sesuai dengan data riil yang ada di lapangan.

4.4 Perhitungan Rute Terpendek Pada Graf 1

Pada gambar nilai v_1 adalah titik awal dan diasumsikan pada graf 2 terdapat 10 titik. Langkah-langkah untuk menentukan rute terpendek menggunakan algoritma *Bellman-Ford* dilakukan dengan proses iterasi. Proses iterasi terhadap setiap titik yang dilalui adalah:

Iterasi 1

$$V_1 \rightarrow V_2 = 0 + 11000 = 11000$$

$$V_1 \rightarrow V_3 = 0 + 32000 = 32000$$

Iterasi 2

$$V_2 \rightarrow V_4 = 11000 + 28000 = 39000$$

$$V_3 \rightarrow V_5 = 32000 + 4200 = 35200$$

$$V_3 \rightarrow V_6 = 32000 + 450 = 32450$$

Iterasi 3

$$V_4 \rightarrow V_{10} = 39000 + 7100 = 46100$$

$$V_5 \rightarrow V_8 = 35200 + 6400 = 41600$$

$$V_6 \rightarrow V_7 = 32450 + 300 = 32750$$

Iterasi 4

$$V_7 \rightarrow V_9 = 32750 + 11000 = 43750$$

Tabel 4. Hasil Perhitungan Rute Terpendek Graf 1.

Titik Tujuan	Lintasan Terpendek	Jarak (m)
V2	V1-V2	11000
V3	V1-V3	32000
V4	V1-V2-V4	39000
V5	V1-V3-V5	35200
V6	V1-V3-V6	32450
V8	V1-V3-V5-V8	41600
V7	V1-V3-V6-V7	32750
V9	V1-V3-V6-V7-V9	43750
V10	V1-V2-V4-V10	46100

Pada tabel 5 ditunjukkan hasil perhitungan dari proses iterasi menggunakan algoritma *Bellman-Ford* dalam mencari rute terpendek graf 1, terdapat 9 lintasan terpendek yang dimulai dari lintasan v_1 yang dapat digunakan untuk rekomendasi objek wisata yang memiliki jarak terpendek di Kabupaten Lamongan bagian utara, yaitu pantai kutang (v_1) – pohon trinil (v_2) dengan jarak 11000 m, pantai kutang (v_1) – tlogo sadang (v_3) dengan jarak 32000 m, pantai kutang (v_1) – pohon trinil (v_2) – wisata Bahari lamongan (v_4) dengan jarak 39000 m, pantai kutang (v_1) – tlogo sadang (v_3) – makam sunan drajat (v_5) dengan jarak 35200 m, pantai kutang (v_1) – tlogo sadang (v_3) – pantai putri klanyar (v_6) dengan jarak 32450 m, pantai kutang (v_1) – tlogo sadang (v_3) – makam sunan drajat (v_5) – goa maharani (v_8) dengan jarak 41600 m, pantai kutang (v_1) – tlogo sadang (v_3) – pantai putri klanyar (v_6)- pemandian air panas brumbung (v_7) dengan jarak 32750 m, pantai kutang (v_1) – tlogo sadang (v_3) – pantai putri klanyar (v_6) - pemandian air panas brumbung (v_7) - desa sendang duwur (v_9) dengan jarak 43750 m, pantai kutang (v_1) – pohon trinil (v_2) – wisata Bahari lamongan (v_4) – tanjung kodok (v_{10}) dengan jarak 46100 m.

4.5 Perhitungan Rute Terpendek Pada Graf 2

Pada gambar nilai v_{11} adalah titik awal. Langkah-langkah untuk menentukan rute terpendek menggunakan algoritma *Bellman-Ford* dilakukan dengan proses iterasi. Proses iterasi terhadap setiap titik yang dilalui :

Iterasi 1

$$V_{11} \rightarrow V_{17} = 0 + 33000 = 33000$$

$$V_{11} \rightarrow V_{12} = 0 + 22000 = 22000$$

$$V_{11} \rightarrow V_{13} = 0 + 19000 = 19000$$

Iterasi 2

$$V_{17} \rightarrow V_{16} = 33000 + 3900 = 36900$$

$$V_{12} \rightarrow V_{14} = 22000 + 24000 = 46000$$

$$V_{13} \rightarrow V_{15} = 19000 + 3500 = 22500$$

Tabel 5. Hasil Perhitungan Rute Terpendek Graf 2.

Titik Tujuan	Lintasan Terpendek	Jarak (m)
V17	V11-V17	33000
V12	V11-V12	22000
V13	V11-V13	19000
V16	V11-V17-V16	36900
V14	V11-V12-V14	46000
V15	V11-V13-V15	22500

Pada tabel 5 ditunjukkan hasil perhitungan dari proses iterasi menggunakan algoritma *Bellman-Ford* dalam mencari rute terpendek graf 2, terdapat 6 lintasan terpendek yang dimulai dari lintasan v_{11} yang dapat digunakan untuk rekomendasi untuk mencari jalur terpendek dalam objek wisata di Kabupaten Lamongan bagian selatan, yaitu alun-alun lamongan (v_{11}) – gunung ratu (v_{17}) dengan jarak 33000 m, alun-alun lamongan (v_{11}) – masjid namira (v_{12}) dengan jarak 22000 m, alun-alun lamongan (v_{11}) – wego (v_{13}) dengan jarak 19000 m, alun-alun lamongan (v_{11}) – gunung ratu (v_{17}) – gunung pegat (v_{16}) dengan jarak 36900 m, alun-alun lamongan (v_{11}) – masjid namira (v_{12}) – gunung mas mantup (v_{14}) dengan jarak 46000 m, alun-alun lamongan (v_{11}) – wego (v_{13}) – waduk gondang (v_{15}) dengan jarak 22500 m.

Dari hasil pembahasan dapat disimpulkan bahwa algoritma *Bellman-Ford* dapat digunakan untuk mencari rute terpendek dari satu titik ke titik lainnya.

5. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari pembahasan, dalam mencari rute terpendek menuju objek wisata di Kabupaten Lamongan menggunakan algoritma *Bellman-Ford*. Dari 17 lokasi objek wisata dikelompokkan menjadi 2 model graf, dihasilkan 9 lintasan terpendek pada objek wisata di Kabupaten Lamongan pada bagian utara dan 6 lintasan terpendek pada bagian Selatan yang dapat digunakan sebagai rekomendasi pencarian rute terpendek dalam objek wisata di Kabupaten Lamongan.

6. Daftar Pustaka

- [1] S. Amiroch and K. Danang, "A Study on Parthenogenesis of Petersen Graph," *A Study on Parthenogenesis of Petersen Graph*.
- [2] S. Fitriani, "Penerapan Algoritma Bellman-Ford dalam Menentukan Rute Terpendek Objek Wisata Kabupaten Lampung Timur," 2022.
- [3] S. Amiroch and E. E. Andini, "Pewarnaan Titik Pada Graf Untuk Penyusunan Menu Makanan," *UJMC (Unisda Journal of Mathematics and Computer Science)*, vol. 2, no. 1, pp. 56–61, 2016.
- [4] U. Maftukhah, S. Amiroch, and M. S. Pradana, "Implementasi Algoritma Greedy Pada Pewarnaan Wilayah Kecamatan Sukodadi Lamongan," *UJMC (Unisda Journal of Mathematics and Computer Science)*, vol. 6, no. 2, pp. 29–38, 2020.
- [5] F. D. Putra, F. Rakhmawati, and H. Cipta, "Penentuan Rute Transportasi Kendaraan Umum Kota Medan Dengan Menggunakan Nearest Neighbor Method Dan Closed Insertion Method," *Zeta-Math Journal*, vol. 6, no. 2, pp. 43–47, 2021.
- [6] S. Hamdi and P. Prihandoko, "Analisis Algoritma Dijkstra dan Algoritma Bellman-Ford Sebagai Penentuan Jalur Terpendek Menuju Lokasi Kebakaran (Studi Kasus: Kecamatan Praya Kota)," *Energy: Jurnal Ilmiah Ilmu-Ilmu Teknik*, vol. 8, no. 1, pp. 26–32, 2018.