
**VALIDITAS DAN KEPRAKTISAN BAHAN AJAR MATA KULIAH
ANALISIS RIIL DENGAN PENDEKATAN *VISUAL THINKING***

I Made Sugiarta¹, I Gusti Nyoman Yudi Hartawan², I Made Suarsana³^{1,2,3}Universitas Pendidikan Ganesha, Bali, IndonesiaEmail: ¹made.sugiarta@undiksha.ac.id**ABSTRAK**

Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan yang dilakukan untuk menjawab permasalahan pada perkuliahan analisis riil yang disinyalir disebabkan oleh rendahnya kemampuan pemahaman konsep dan penalaran mahasiswa. Melalui penelitian ini dikembangkan perangkat pembelajaran berupa bahan ajar analisis riil dengan pendekatan *visual thinking*. Penelitian dilaksanakan selama dua tahun dengan desain penelitian pengembangan model 4D yaitu define, design, develop dan disseminate. Lingkup tulisan ini berkaitan dengan hasil penelitian tahun pertama yang meliputi tiga tahapan yaitu define, design dan develop dengan tujuan menghasilkan draft prototipe perangkat pembelajaran analisis riil yang valid dan praktis. Data validitas dan kepraktisan bahan ajar dikumpulkan menggunakan lembar validasi dan angket. Data yang terkumpul dianalisis secara deskriptif. Skor penilaian validitas materi, desain pembelajaran dan bahasa berturut-turut adalah 90, 91.7, dan 95. Skor kepraktisan bahan ajar berdasarkan respon siswa adalah 89.2. Oleh karenanya bahan ajar yang dikembangkan layak digunakan dalam perkuliahan analisis riil karena memenuhi kriteria valid dan praktis. Implikasinya bahan ajar dengan pendekatan *visual thinking* akan mampu meningkatkan hasil belajar mahasiswa.

Kata-kata kunci: *visual thinking*, analisis riil, bahan ajar**ABSTRACT**

This research is a developmental study conducted to address issues in real analysis lectures that are purportedly caused by students' low ability to comprehend concepts and reasoning. The research was conducted over a period of two years using a 4D model of developmental research, which includes the stages of defining, designing, developing, and disseminating. This paper focuses on the outcomes of the first year of research, which encompass three stages: defining, designing, and developing. The primary objective is to create a preliminary draft of valid and practical learning materials for real analysis. Data regarding the validity and practicality of the teaching materials were gathered through validation sheets and questionnaires. The collected data is analyzed descriptively. The assessment scores for material validity, learning design, and language were 90, 91.7, and 95, respectively. The practicality score of the teaching materials, based on student responses, is 89.2. Hence, the developed teaching materials are suitable for use in real analysis lectures as they meet both valid and practical criteria. The implication is that teaching materials with a visual thinking approach will be able to improve student learning outcomes.

Keywords: *visual thinking, real analysis, teaching material***PENDAHULUAN**

Tujuan pembelajaran matematika di jenjang pendidikan tinggi menurut Committee on Undergraduate Program in Mathematics (CUPM) adalah untuk membekali mahasiswa dengan kemampuan menganalisis, menalar, memecahkan masalah serta kemampuan komunikasi matematika (Schumacher & Siegel, 2015). Tujuan ini sangat gayut

dengan capaian pembelajaran program studi S1 Pendidikan Matematika sebagaimana diamanatkan oleh KKNI yang bertujuan untuk menghasilkan lulusan yang memiliki kemampuan dalam (1) merumuskan dan memodelkan masalah matematika dengan pendekatan matematis dengan atau tanpa software matematika, (2) menyusun, memodifikasi, dan menganalisis model matematis dari suatu sistem/masalah, mengkaji keakuratan model dan kemanfaatan model dan menarik kesimpulan yang kontekstual dan (3) melakukan analisis terhadap berbagai alternatif model matematis yang telah tersedia dan menyajikan simpulan analisis secara mandiri atau kelompok untuk pengambilan keputusan. Bertolak dari kedua tujuan pembelajaran matematika perguruan tinggi ini seyogyanya perkuliahan diarahkan agar dapat berkontribusi optimal pada pencapaian kompetensi di atas.

Mata kuliah analisis riil adalah mata kuliah berbobot 3 sks dan merupakan salah satu cabang dari analisis matematika yang berhubungan dengan himpunan bilangan real dan fungsi real variabel (E Septiati - Online), tgl, & 2012, n.d.). Secara khusus, berkaitan dengan sifat analitik fungsi nyata dan urutan, termasuk konvergensi dan batasan urutan bilangan real, yang kalkulus bilangan real, dan kontinuitas, dan sifat terkait dari fungsi nilai riil. Analisis riil mempelajari konsep-konsep seperti urutan dan batas bilangan real, kontinuitas, diferensiasi, integrasi dan urutan fungsi. Tujuan diberikannya mata kuliah analisis riil merupakan sarana untuk melatih mahasiswa berpikir logis atau melakukan penalaran secara benar. Hal ini sejalan sejalan dengan ciri mata kuliah tersebut yaitu sarat dengan definisi dan teorema serta merupakan mata kuliah dengan struktur deduktif aksiomatik yang ketat. Oleh karena itu tingkat kemampuan penalaran formal mahasiswa digunakan sebagai pemandu dalam menjawab pertanyaan-pertanyaan dan menyelesaikan soal. Pemberian mata kuliah tersebut dimaksudkan agar mahasiswa memahami beberapa struktur dalam analisis serta dapat memanfaatkannya untuk menyelesaikan masalah sederhana dalam analisis serta mampu berpikir logis dan bernalar secara matematika dalam menyelesaikan masalah.

Pada tahun akademik 2021/2022 prestasi belajar mahasiswa pada perkuliahan analisis riil masih belum optimal. Angka ketidaklulusannya bahkan lebih dari 20%. Hasil refleksi dan diskusi peneliti selaku pengampu dengan dosen pengampu lainnya diperoleh bahwa beberapa penyebab utama rendahnya prestasi mahasiswa adalah (1)

kesulitan mahasiswa dalam memahami konsep konsep matematika yang abstrak, (2) kurang memadainya kemampuan awal matematis yang menjadi prasyarat belajar analisis riil, serta (3) rendahnya kemampuan penalaran mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematis. Beberapa penelitian juga telah dilakukan peneliti lain untuk mengungkap kesulitan belajar mahasiswa dalam perkuliahan analisis riil diantaranya memperoleh temuan bahwa (i) ada 2 sumber yang menjadi faktor kesulitan belajar yaitu faktor diri sendiri berkaitan dengan kemampuan prasyarat dan kemampuan pembuktian matematis masih rendah (J. P. Matematika, Perbowo, & Pradipta, 2017; M. W.-J. C. J. P. Matematika & 2017, 2016) serta faktor lingkungan, termasuk didalamnya berkaitan dengan lingkungan belajar seperti ketersediaan bahan ajar (S Qomariyah, UNMA, & 2022, 2017).

Selanjutnya dilakukan *cross check* terhadap permasalahan yang ada melalui *interview* klinis terhadap 5 orang mahasiswa semester IV yang gagal dalam perkuliahan analisis riil dan diperoleh informasi bahwa (1) buku sumber yang dijadikan referensi sulit dipahami dari segi penyajian yang cenderung verbal (kata-kata dan simbol matematika) dan minim ilustrasi, dan (2) mereka kesulitan dalam melakukan pembuktian matematika karena memang mereka tidak paham strategi pembuktian matematis serta pembuktian langsung, kontraposisi, dan juga kontradiksi. Temuan ini mengindikasikan ada dua permasalahan utama menjadi akar permasalahan rendahnya prestasi belajar mahasiswa pada perkuliahan analisis riil yaitu (1) rendahnya pemahaman konsep matematika dan rendahnya kemampuan penalaran matematika mahasiswa. Bahan ajar yang ada belum mampu membantu menangani permasalahan ini karena penyajian bahan ajar yang didominasi representasi verbal berupa kata-kata dan simbol matematis sehingga menyulitkan mahasiswa bahkan dalam usahanya memahami konsep yang berakibat pada dampak lanjutan yaitu kesulitan pula dalam melakukan pembuktian matematika.

Menurut (Thornton, 2001) alat yang ampuh untuk mengembangkan kemampuan penyelesaian matematis dan pemecahan masalah adalah penggunaan pendekatan *visual thinking*. Lebih lanjut ("Visual Thinking Strategies | MindManager Blog," n.d.) menyebutkan beberapa keunggulan dari pendekatan *visual thinking* yaitu (1) membantu mahasiswa dalam memahami masalah yang kompleks menjadi lebih sederhana, (2) membantu mahasiswa dalam memahami informasi yang disampaikan

dengan lebih efektif, serta (3) merangsang mahasiswa memunculkan ide-ide konkrit dan akurat. Hal ini sejalan yang disampaikan oleh (Fernández-Fontecha, O'Halloran, Tan, & Wignell, 2019) bahwa *visual thinking* dapat meningkatkan kemampuan berpikir konseptual dalam menurunkan kerumitan ide yang diekspresikan dalam tulisan ilmiah atau teks abstrak. Produk-produk *visual thinking* dapat berupa sketsa, grafik dan diagram, gambar, simbol matematika dan berbagai sumber semiotik lainnya.

Integrasi pendekatan *visual thinking* dalam pembelajaran matematika telah banyak menarik perhatian peneliti. Hasil kajian literatur menunjukkan bahwa metode penelitian yang digunakan biasanya penelitian deskriptif, penelitian tindakan kelas, penelitian kuantitatif dan hanya sebagian kecil penelitian pengembangan perangkat ajar. Penelitian pengembangan yang dilakukan sebagian besar pada jenjang pendidikan dasar dan menengah, jarang dilakukan untuk jenjang pendidikan tinggi. Kita ketahui bersama bahwa matematika perguruan tinggi tingkat abstraksi konsepnya sangat tinggi sehingga sangat membutuhkan pendekatan visual yang memadai. Matematika perguruan tinggi berada pada tataran matematika formal sehingga sajian buku teksnya umumnya ditulis sebagai tulisan ilmiah dengan pendekatan deduktif dan minim visualisasi, padahal untuk memahami isi teksnya mahasiswa sangat membutuhkan pendekatan visual. Menyajikan produk-produk *visual thinking* dalam menjelaskan konsep matematika di perguruan tinggi tentu membutuhkan pemikiran dan justifikasi pakar untuk memastikan visualisasi telah dilakukan secara akurat dan valid. Oleh karenanya peneliti tertarik untuk mengembangkan bahan ajar analisis riil dengan pendekatan *visual thinking*. Paparan dalam tulisan ini ingin menjawab pertanyaan penelitian berikut (1) bagaimana validitas bahan ajar analisis riil dengan pendekatan *visual thinking* yang dikembangkan?, (2) bagaimana kepraktisan bahan ajar analisis riil dengan pendekatan *visual thinking* yang dikembangkan?.

LANDASAN TEORI

Karakteristik Materi Perkuliahan Analisis Real

Mata kuliah analisis riil adalah mata kuliah berbobot 3 sks dan merupakan salah satu cabang dari analisis matematika yang berhubungan dengan himpunan bilangan real dan fungsi real variabel (E Septiati - Online) et al., n.d.). Secara khusus,

berkaitan dengan sifat analitik fungsi nyata dan urutan, termasuk konvergensi dan batasan urutan bilangan real, yang kalkulus bilangan real, dan kontinuitas, dan sifat terkait dari fungsi nilai riil. Analisis riil mempelajari konsep-konsep seperti urutan dan batas bilangan real, kontinuitas, diferensiasi, integrasi dan urutan fungsi. Mata kuliah analisis riil tidak berfokus pada berhitung. Kuliah ini akan membentuk cara berpikir matematis pada mahasiswa karena isinya menuntut mahasiswa mampu bernalar dan berkomunikasi matematika secara tepat (Bridger, 2011). Kesulitan belajar mahasiswa dalam perkuliahan analisis riil (Siti Qomariyah & Rosyidah, 2022) dipengaruhi oleh faktor yang bersumber dari diri sendiri dan faktor yang bersumber dari lingkungan. Berkaitan dengan faktor internal, (Kemampuan et al., n.d.) hampir semua mahasiswa kesulitan melakukan pembuktian matematis. Lebih lanjut (Kartika, Matematika, & 2019, 2019) menyatakan bahwa (1) kebanyakan mahasiswa tidak ingat tentang bentuk-bentuk pembuktian; (2) mahasiswa tidak mampu membuat pembuktian matematika bentuk kontraposisif dan kontradiksi; dan (3) dominan mahasiswa tidak mampu mengaplikasikan pembuktian bentuk *counterexample*. Mahasiswa sudah gagal sejak berusaha memahami materi yang tersedia di bahan ajar. Permasalahan tersebut menuntut untuk disediakan sebuah bahan ajar yang mampu melayani mahasiswa dalam belajar analisis real.

Visual thinking

Menurut Brasseur et al *visual thinking* adalah proses intelektual intuitif dan ide imajinasi visual, baik dalam pencitraan mental atau melalui gambar (Indriani, Syafe'i, Mathematics, & 2020, 2020). Visual thiking mengandalkan proses berpikir bahasa gambar visual, bentuk, pola, tekstur dan symbol (Indriani et al., 2020). Menurut Darmadi (2019) *visual thinking* adalah berpikir menggunakan citra mental (informasi visual) mulai dari memunculkan, memproses, samapai pada menggunakan citra mental tersebut. Untuk memunculkan citra mental, pikiran memanggil citra mental atau membuat citra mental. Untuk menentukan citra mental, pikiran mengumpulkan citra mental dan memilih citra mental. Untuk meningkatkan citra mental, pikiran membenarkan citra mental atau melengkapi citra mental. Untuk memanfaatkan gambaran mental, pikiran menggunakan citra mental atau mewakili citra mental. Pengolahan citra mental telah dilakukan sesuai dengan kebutuhan dan tujuan kegiatan dalam memahami definisi formal dari urutan konvergen. Selanjutnya menurut Arcavi

(2003) *visual thinking* adalah kemampuan, proses dan hasil kreasi, interpretasi, penggunaan serta gagasan mengenai image, gambar, dan diagram di dalam pikiran, di atas kertas atau menggunakan alat-alat teknologi, dengan tujuan menggambarkan dan mengkomunikasikan informasi dan gagasan, mengembangkan ide-ide sebelumnya serta meningkatkan pemahaman. Dan terakhir menurut Stokes (2002) *visual thinking* adalah kemampuan untuk mengubah informasi dari semua jenis ke dalam gambar, grafik, atau bentuk-bentuk lain yang dapat membantu mengkomunikasikan informasi.

Dalam penelitian ini, kemampuan *visual thinking* adalah kemampuan untuk mengubah semua jenis informasi ke dalam gambar, grafik, atau bentuk-bentuk lain yang dapat membantu merepresentasikan, mentransformasikan, menggeneralisasikan, mengkomunikasikan, dan merefleksikan objek menjadi visual. Pendekatan *visual thinking* adalah pendekatan pembelajaran yang membantu siswa dalam memahami materi dengan merepresentasikannya dalam informasi visual atau mental citra. Menurut Arini (2017) langkah-langkah pendekatan *visual thinking* yaitu (1) *Looking*, tahap melihat dan mengumpulkan konsep analisis riil yang akan divisualkan, (2) *Seeing*, tahap menyeleksi dan mengelompokkan konsep yang benar-benar butuh representasi visual serta jenis informasi visual yang tepat digunakan, (3) *Imaging*, menyusun informasi visual atau mental citra untuk konsep tersebut, (4) *Showing and telling*, merepresentasikan informasi visual dalam bahan ajar.

METODE PENELITIAN

Desain Penelitian

Penelitian ini termasuk jenis penelitian pengembangan dengan mengikuti alur pengembangan 4-D yaitu dengan tahapan *define, design, develop, dan disseminate* [40]. Pada tulisan ini hanya dipaparkan sampai pada tahap *develop*. Adapun aktivitas yang dilakukan pada masing-masing tahapan yaitu sebagai berikut.

- (i) Tahap *define*: mengidentifikasi karakteristik mahasiswa pengguna bahan ajar, *looking and seeing* untuk mengidentifikasi dan menganalisis konsep-konsep analisis riil yang akan dilengkapi penyajiannya dengan produk-produk *visual thinking*, dan mengkaji aplikasi pendukung untuk menyusun informasi visual.
- (ii) Tahap *design: imaging* yaitu mulai menyusun produk-produk *visual thinking* yang relevan dan akurat untuk materi analisis riil serta mendesain bahan ajar analisis riil dengan pendekatan *visual thinking*

- (iii) Tahap *develop*: melakukan uji validasi/pakar baik dari segi isi, bahasa, dan desain pembelajaran, melakukan penyempurnaan bahan ajar berdasarkan masukan ahli, melakukan uji terbatas pada kelompok kecil serta melakukan penyempurnaan/revisi perangkat pembelajaran berdasarkan hasil ujicoba terbatas

Subyek Penelitian

Partisipan yang dilibatkan dalam penelitian ini terdiri dari 3 orang ahli (ahli materi, ahli Bahasa dan ahli desain pembelajaran) serta 10 orang mahasiswa yang memprogram mata kuliah analisis riil pada semester genap 2022/2023 di Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Pendidikan Ganesha.

Teknik Pengumpulan dan Analisis Data

Data yang dikumpulkan berupa data kualitatif dan kuantitatif. Data kualitatif berkaitan dengan konsep- konsep analisis riil pada perkuliahan yang potensial penyajiannya dalam bahan ajar dengan pendekatan *visual thinking*, dan masukan dari ahli dan pengguna mahasiswa tentang kualitas bahan ajar. Data kuantitatif berupa skor validitas dan kepraktisan bahan ajar. Data dikumpulkan dengan daftar isian, lembar validasi dan angket kepraktisan. Data kualitatif ang berupa masukan digunakan langsung dalam perbaikan bahan ajar sementara data skor validitas dan kepraktisan dianalisis secara deskriptif dan dikonversi ke kategori menggunakan Tabel 1.

Tabel 1 Kriteria Validitas dan Kepraktisan Bahan Ajar Analisis (Sugiyono, 2013)

Interval Skor (%)	Kriteria	
	Validitas	Kepraktisan
85 - 100	Validitas Tinggi	Sangat Praktis
65 - 84	Valid	Praktis
45 - 64	Validitas Rendah	Kurang Praktis
25 - 44	Tidak valid	Tidak Praktis

HASIL PENELITIAN


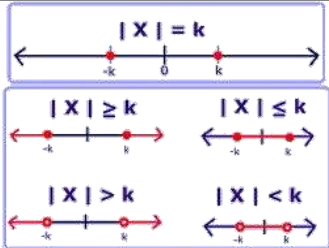


Hasil Desain Bahan Ajar

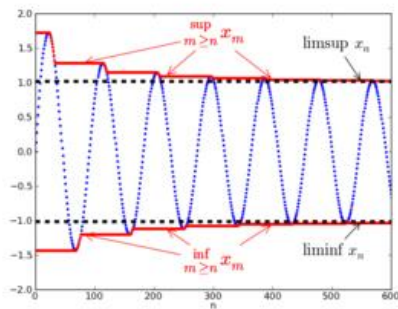
Desain bahan ajar mengadopsi desain buku ajar yang terdiri dari 2 bagian yaitu bagian luar buku dan bagian dalam buku. Bagian luar buku terdiri dari cover depan, punggung buku dan cover belakang. Cover depan juga dikenal dengan sampul. Pada sampul akan dituliskan informasi judul, sub judul, nama penulis, dan penerbit. Punggung buku berisikan informasi tentang judul, nama penulis dan juga nama penerbit. Sementara cover belakang memuat informasi tentang judul, nama dan

tentang penulis serta nama penerbit dan nomor ISBN. Bagian dalam buku terdiri dari bagian preliminaries, bagian isi utama buku, dan postliminaries. Sub bagian preliminaries terdiri dari beberapa lembar yaitu halaman ferancis, judul utama, halaman hak cipta, halaman persembahan, halaman ucapan terima kasih, kata pengantar, daftar isi, daftar tabel, daftar gambar, daftar singkatan dan halaman pendahuluan. Isi utama buku menjelaskan seluruh pokok materi analisis riil yang dalam hal ini disusun dalam 7 bab yaitu sistem bilangan real, ruang metrik, topologi ruang kartesis, barisan dan deret fungsi, turunan dan integral.

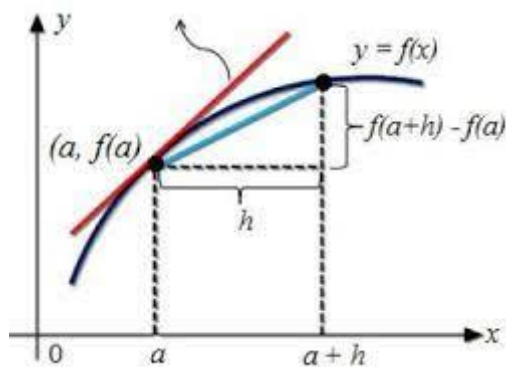
Beberapa contoh produk *visual thinking* yang termuat pada draft bahan ajar dapat dilihat pada Tabel 2. Contoh yang ditampilkan pada tabel adalah sebagian kecil dari produk *visual thinking* yang berhasil didesain untuk bahan ajar analisis riil.

Tabel 2. Contoh Representasi *Visual Thinking* pada Bahan Ajar Analisis Riil

Representasi <i>Visual Thinking</i>	Deskripsi
	Menggambarkan kedudukan himpunan bilangan riil sebagai gabungan dari himpunan bilangan bilangan rasional dan irrasional
	Mengvisualkan konsep persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak. Tampak jelas bahwa pada persamaan nilai mutlak solusinya berupa dua titik (merah) sementara pertidaksamaan nilai mutlak solusinya berupa interval (ruas/sinar garis merah).
<p>Not Closed Closed</p> <p>Not Open </p> <p>Open </p>	Memvisualkan jenis-jenis himpunan kompak yang dipilih menjadi 3 macam yaitu terbuka, tertutup atau tidak keduanya.

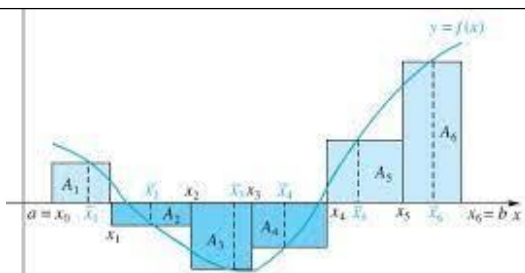


Memvisualkan limit superior dan inferior dari barisan bilangan riil.



Memvisualkan turunan fungsi riil. Dengan representasi di samping, dapat diilustrasikan turunan fungsi riil di suatu titik tertentu (misal $x = a$) sebagai

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$



Mengilustrasikan konsep integral rieman sebagai jumlahan tak berhingga dari partisi-partisi luasan.

Hasil Validasi Bahan Ajar

Validasi draft bahan ajar dilakukan oleh 3 ahli yaitu ahli materi, ahli Bahasa dan ahli desain pembelajaran. Hasil validasi masing-masing disajikan pada Tabel 3, Tabel 4, dan Tabel 5.

Tabel 3. Hasil Validasi Materi

No	Aspek yang Dinilai	Skor (1- 5)	Keterangan
1	Kesesuaian materi dengan silabus	5	Uraian materi sudah sesuai poin-poin indikator
2	Kelengkapan cakupan materi	5	Uraian materi melingkupi indikator
3	Kedalaman materi	4	Dalam beberapa bagian, pendalaman uraian materi diperlukan terutama untuk menjelaskan definisi, aksioma dan teorema

4	Kebenaran materi	5	Sudah baik
5	Keakuratan notasi dan simbol	4	Masih ditemukan beberapa ketidak konsistenan penggunaan simbol
6	Ketercukupan contoh	4	Contoh-contoh perlu diperbanyak
7	Ketepatan contoh	5	Sudah baik
8	Kesesuaian gambar, diagram dan ilustrasi	4	Gambar, diagram dan ilustrasi perlu diperbanyak
9	Kelengkapan soal latihan	5	Sudah baik
10	Kemutakhirkan pustaka	4	Tambahkan Pustaka 5 tahun terakhir
Total		45 (90%)	

Tabel 4. Hasil Validasi Bahasa

No	Aspek yang Dinilai	Skor (1- 5)	Keterangan
1	Penggunaan kata yang tepat	5	Sudah baik
2	Kefektifan kalimat	5	Sudah baik
3	Kesesuaian ejaan, tanda baca, dan tata tulis.	4	Masih ditemukan beberapa kekeliruan ejaan.
4	Sesuai dengan tingkat intelektual pengguna	5	Sudah baik
5	Bahasa mudah dipahami	5	Bahasa sudah supel
6	Konsistensi penggunaan istilah	5	Sudah baik
7	Konsistensi penggunaan symbol atau ikon.	4	Beberapa symbol tidak konsisten
8	Keruntutan dan keterpaduan antar subab	5	Sudah baik
Total		38	(95%)

Tabel 4. Hasil Validasi Desain Pembelajaran

No	Aspek yang Dinilai	Skor (1- 5)	Keterangan
1	Materi disajikan secara sistematis	5	-
2	Materi disajikan secara runut	5	-
3	Mendorong mahasiswa berpikir tingkat tinggi	4	Tambahkan masalah terbuka yang menstimulus mahasiswa berpikir tingkat tinggi
4	Contoh soal mencukupi	4	Tambahkan contoh
5	Contoh disajikan secara berjenjang dari mudah ke sulit	4	Tambahkan contoh agar lebih bervariasi ditinjau dari tingkat kesulitan
6	Materi antar bab saling terkait	5	-
7	Petunjuk pengerjaan soal jelas	5	-
8	Soal latihan mengukur setiap indikator	5	-
9	Soal berjenjang dari mudah ke sulit	4	Tambahkan soal latihan yang bervariasi dari tingkat kesulitan
10	Produk-produk <i>visual thinking</i> yang relevan dengan materi	5	-
11	Produk <i>visual thinking</i> mencukupi	4	Tambahkan lagi visualisasi

			untuk membantu mahasiswa memahami materi
12	Produk <i>visual thinking</i> membantu mahasiswa memahami materi	5	-
	Total	55 (91,7%)	

Hasil Uji Kepraktisan Bahan Ajar

Uji coba terbatas dilakukan dengan melibatkan kelompok kecil yang terdiri dari 10 mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika Universitas Pendidikan Ganesha yang memprogram mata kuliah analisis riil pada semester genap 2022/2023. Tanggapan mahasiswa dikumpulkan melalui angket dan diperoleh hasil sebagaimana terjasi pada Tabel 6.

Tabel 6. Hasil Uji Kepraktisan Bahan Ajar

No	Pernyataan	Skor Perolehan	Persentase
1	Bahan ajar menarik untuk dipelajari	45	90%
2	Uraian materi mudah dipahami	46	92%
3	Ilustrasi membantu memperjelas konsep	44	88%
4	Ilustrasi yang diberikan mencukupi	45	90%
5	Contoh soal untuk lebih memahami konsep	44	88%
6	Jumlah contoh soal mencukupi	40	80%
7	Latihan soalnya bervariasi dan menarik	46	92%
8	Jumlah latihan soal memadai	44	88%
9	Bahasanya jelas dan tidak bertele-tele	46	90%
10	Tersedia rangkuman yang menyeluruh dan jelas	45	90%
11	Pilihan katanya baik dan tidak bermakna ganda	44	88%
12	Instruksinya mudah dipahami	46	92%
13	Jenis dan ukuran huruf nyaman dibaca	45	90%
14	Tata letak teks dan gambar rapi dan teratur	45	90%
15	Hasil cetakan jelas	45	90%
	Total	669	89.2%

PEMBAHASAN

Bahan ajar analisis riil dengan pendekatan *visual thinking* telah berhasil dikembangkan melalui tahapan penelitian dan pengembangan. Bahan ajar yang dikembangkan telah memenuhi kriteria valid dan praktis. Pengembangan bahan ajar dengan pendekatan *visual thinking* ini tampil sebagai solusi sekaligus inovasi pendekatan baru dalam penyajian bahan ajar di perguruan tinggi yang selama ini lebih banyak didominasi dengan sajian teks atau symbol matematika saja. Banyak hasil penelitian terdahulu menunjukkan bahwa sajian produk *visual thinking* dalam bahan ajar dapat mengembangkan kemampuan berpikir visual dan juga kemampuan matematika lainnya seperti: (1) kemampuan pemahaman

konsep (Indriani et al., 2020), (2) kemampuan koneksi matematika (Annisa, n.d.), (3) kemampuan representasi matematis (Fauziah, Safuri, Sesiomadika, & 2019, n.d.), (4) kemampuan berpikir kritis (Sciences & 2019, n.d.), serta (5) kemampuan pemecahan masalah (Gómez-Chacón, 2013; Sholihah, Nusantara, Sa'Dijah, & Susanto, 2019; Wahyuningsih, Qohar, Satyananda, & Atan, 2020). Hasil-hasil penelitian ini menunjukkan ada hubungan yang kuat antara kemampuan *visual thinking* dengan kemampuan matematika siswa.

Hasil penilaian validitas bahan ajar analisis riil oleh ahli materi menunjukkan perolehan skor 90% dengan kategori sangat valid. Menurut (Yaghmaie, 2003) ada 4 kriteria yang dapat digunakan dalam mengukur validitas isi dari suatu bahan ajar yaitu relevansi, kejelasan, sederhana, dan tidak ambigu. Ahli materi setuju bahwa 4 kriteria tersebut telah dipenuhi pada bahan ajar analisis riil ini karena telah sesuai dengan kurikulum, cakupannya lengkap, kedalamannya sesuai, kebenarannya akurat, serta contoh dan latihan soal memadai (Firmansyah & Rusimamto, 2020; Nafiah, Suhadi, & Sari, 2019; Putra, Suarsana, & Suharta, 2020; Riefani, 2019; Sumalasia, Suarsana, & Astawa, 2020). Hasil penilaian validitas Bahasa juga menunjukkan bahwa bahan ajar telah mencapai kategori sangat valid dengan skor 95%. Menurut (Khasanah, 2015) aspek kebahasaan yang harus dipenuhi oleh sebuah buku meliputi 3 aspek yaitu penggunaan bahasa yang baik dan benar, struktur kalimat yang sesuai dengan penguasaan Bahasa pengguna serta kalimat dalam bab menggunakan ejaan yang baku. Ahli Bahasa telah menilai bahwa bahan ajar telah menggunakan Bahasa yang ejaan sesuai, tata baca dan tulisnya benar, kalimatnya efektif dan mudah dipahami serta sajiannya juga sudah padu sesuai dengan tingkat intelek pengguna mahasiswa. Masukan utama dari aspek bahasa berkaitan dengan munculnya salah ketik yang cukup mengganggu dan juga beberapa symbol yang tidak konsisten.

Selain validitas isi dan Bahasa, kualitas bahan ajar juga harus memenuhi validitas desain pembelajaran dari ahli pendidikan (Kurniawati & Mawardi, 2021; Setiani, Lukman, & Agustiani, 2022). Hasil validitas desain pembelajaran juga menunjukkan hasil yang sangat valid dengan skor 91.7%. Hal ini berarti bahwa desain penyajian bahan ajar analisis riil dari sudut teori belajar dan pembelajaran telah memenuhi kriteria. Sajian materi pada bahan ajar telah dilakukan secara sistematis dan runut sehingga dapat mendorong mahasiswa mengkonstruksi pemahamannya serta merangsang mereka untuk berpikir tingkat tinggi. Ciri khas dari bahan ajar ini berupa muatan produk *visual thinking* juga telah memadai dan tepat sasaran sehingga kehadirannya tidak mengganggu tetapi malah membantu mahasiswa dalam mencapai pemahaman. Oleh karenanya bahan ajar yang telah memenuhi kriteria seperti ini menurut (Setiani et al., 2022) dapat dikatakan valid dari segi desain pembelajaran.

Selain dari sudut pandang ahli, penting juga meminta umpan balik langsung dari calon pengguna tentang kelayakan bahan ajar yang disusun. Umpan balik dari mahasiswa selaku pengguna biasanya berkaitan dengan aspek kepraktisan yang didalamnya menekankan pada aspek keterbacaan dan juga kemudahan mereka dalam memahami dan menggunakan bahan ajar dalam perkuliahan (Afrizon & Dewi, 2019; Alwi, Ernalida, & Lidyawati, 2020; Dewantara, 2021; Nugraha & Binadja, 2013). Hasil uji kepraktisan bahan ajar menunjukkan bahwa kepraktisan bahan ajar sangat tinggi dengan skor 89.2%. Hal ini menunjukkan respon positif mahasiswa terhadap alternatif penggunaan bahan ajar sebagai referensi perkuliahan analisis riil. Mereka setuju bahwa bahan ajar ini dapat membantu mereka dalam perkuliahan karena secara teknis tidak menemukan hambatan dan secara isi, Bahasa dan penyajiannya mereka menganggap telah memadai.

Dengan demikian, bahan ajar analisis riil yang dihasilkan hingga pada tahap ini telah memenuhi kriteria valid dan praktis. Tentu saja uji lebih luas perlu dilakukan pada tahap berikutnya agar kita memiliki bukti empiris yang lebih meyakinkan yang mendukung bahwa bahan ajar ini benar-benar layak digunakan secara luar dalam perkuliahan analisis riil. Hasil pengembangan bahan ajar ini menjadi sebuah inovasi untuk pembelajaran matematika di perguruan tinggi dengan menghadirkan produk-produk *visual thinking* dalam bahan ajar matematika perguruan tinggi. Penelitian tentang integrasi pendekatan *visual thinking* dalam pembelajaran matematika selama ini lebih banyak dilakukan pada jenjang pendidikan dasar dan menengah diantaranya: (1) menjadikan *visual thinking* sebagai strategi pembelajaran matematika di jenjang pendidikan dasar dan menengah (Annisa, n.d.; Berlianti, 2019; Fauziah et al., n.d.; Fernández-Fontecha et al., 2019; Freina & Bottino, 2016; Giaquinto, 2010; Godino, Gonzato, Cajaraviile, & Fernández, 2012; Himmi & Hatwin, 2018; Mancosu, 2005; Mones-Hattal & Mandes, 1995; Oktary, 2021; Putri, 2020; Sciences & 2019, n.d.; Shaffer, 1997; Sriyanto, ..., & 2019, 2019), dan (2) menjadikan *visual thinking* sebagai pendekatan dalam penyusunan perangkat pembelajaran (Oktary, 2021; Putri, 2020; Yunita, 2019). Integrasi pendekatan *visual thinking* pada jenjang pendidikan tinggi masih sangat jarang dilakukan bahkan belum ditemukan. Penelitian pengembangan bahan ajar dengan pendekatan *visual thinking* untuk mata kuliah analisis riil menjadi hal baru dan sekaligus upaya yang strategis mengingat kelangkaan penelitian-penelitian pengembangan sumber belajar untuk membantu kesulitan mahasiswa di perguruan tinggi. Sumber belajar matematika di perguruan tinggi yang ada lebih banyak berupa buku teks yang memuat konsep matematika abstrak yang disajikan dengan pendekatan deduktif dan bersifat abstrak

SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa bahan ajar analisis riil dengan pendekatan visual thinking yang dikembangkan telah memenuhi kriteria layak. Ahli materi, ahli Bahasa dan ahli desain pembelajaran menilai bahwa bahan ajar telah mencapai kriteria sangat valid. Mahasiswa sebagai pengguna menanggapi positif terhadap implementasi bahan ajar dengan skor tanggapan mencapai kategori sangat praktis. Bahan ajar yang dikembangkan ini membawa nuansa baru pada bahan ajar matematika perguruan tinggi khususnya pada perkuliahan analisis riil karena bahan ajar dilengkapi dengan produk-produk visual thinking berupa (1) sketsa, (2) grafik dan diagram, (3) gambar, (4) simbol matematika dan berbagai sumber semiotik lainnya yang relevan dengan konsep atau sifat-sifat yang dibahas.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih disampaikan kepada LPPM Undiksha atas pendanaan penelitian serta Jurusan Matematika Undiksha atas izin pelaksanaan penelitian.

DAFTAR PUSTAKA

- Afrizon, R., & Dewi, W. S. (2019). Kepraktisan bahan ajar statistika pendidikan fisika bermuatan model cooperative problem solving. *Jurnal Eksakta Pendidikan (JEP)*, 3(1), 26–33.
- Alwi, Z., Ernalida, E., & Lidyawati, Y. (2020). Kepraktisan Bahan ajar perencanaan pembelajaran berbasis pendidikan karakter dan saintifik. *Fon: Jurnal Pendidikan Bahasa Dan Sastra Indonesia*, 16(1), 10–21.
- Annisa, A. N. (n.d.). Analisis Pengaruh Pendekatan Pembelajaran Visual Thinking Dalam Meningkatkan Kemampuan Koneksi Matematika. *Researchgate.Net*.
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215–241. <https://doi.org/10.1023/A:1024312321077>
- Arini, L., And, E. S.-I. J. O. A. R., & 2017, undefined. (2017). An Analysis Of Realistic Mathematic Approach Effectiveness To Improve Student's Visual Thinking Ability. *Researchgate.Net*.
- Berlianti, B. (2019). *Pengaruh Pendekatan Pembelajaran Visual Thinking Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Siswa Kelas VIII SMP Islam YLPI Pekanbaru*. Retrieved from <https://repository.uir.ac.id/7465/>
- Bridger, M. (2011). *Real analysis: A constructive approach* (Vol. 79). John Wiley & Sons.
- Darmadi. (2019). *The Model of Visual Thinking of Prospective Math Teacher in Understanding the Formal Definition of Convergent Sequences Based on Gender Differences*. 1417(1). Department of Mathematics Education, Universitas PGRI Madiun, Indonesia: Institute of Physics Publishing. <https://doi.org/10.1088/1742->

6596/1417/1/012067

- Dewantara, D. (2021). Kepraktisan bahan ajar dinamika partikel bermuatan ayat-ayat Al-Qur'an menggunakan model pengajaran langsung. *Prosiding Konferensi Integrasi Interkoneksi Islam Dan Sains*, 3, 88–92.
- E Septiati - Online), tgl, diakses, & 2012, undefined. (n.d.). Kefektifan pendekatan konstruktivisme terhadap kemampuan koneksimatematis mahasiswa pada mata kuliah analisis real I. *Core.Ac.Uk*. Retrieved from <https://core.ac.uk/download/pdf/11065093.pdf>
- Fauziah, A., Safuri, M., Sesiomadika, R. R.-P., & 2019, undefined. (n.d.). Meningkatkan kemampuan representasi matematis siswa smp menggunakan teknik visual thinking berbasis komik. *Journal.Unsika.Ac.Id*. Retrieved from <https://journal.unsika.ac.id/index.php/sesiomadika/article/view/2141>
- Fernández-Fontecha, A., O'Halloran, K. L., Tan, S., & Wignell, P. (2019). A multimodal approach to visual thinking: the scientific sketchnote. *Visual Communication*, 18(1), 5–29. <https://doi.org/10.1177/1470357218759808>
- Firmansyah, R. S., & Rusimanto, P. W. (2020). Validitas dan kepraktisan modul pembelajaran human machine interface pada mata pelajaran instalasi motor listrik di SMK Negeri 3 Jombang. *Jurnal Pendidikan Teknik Elektro*, 9(2), 399.
- Freina, L., & Bottino, R. (2016). *A visual thinking skills training in support of STEM education* (B. L., B. L., C. T.M., & C. T.M., Eds.). Institute for Educational Technologies of the National Research Council, Genova, Italy: Dechema e.V. Retrieved from <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84996993132&partnerID=40&md5=a694312fbfa2a8426588e955b0adf50f>
- Giaquinto, M. (2010). Visualizing in Mathematics. In *The Philosophy of Mathematical Practice*. University College London (UCL), United Kingdom: Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780199296453.003.0002>
- Godino, J. D., Gonzato, M., Cajaraviile, J. A., & Fernández, T. (2012). An onto-semiotic approach to visualization in mathematics education. *Ensenanza de Las Ciencias*, 30(2), 109–130. <https://doi.org/10.5565/rev/ec/v30n2.653>
- Gómez-Chacón, I. M. (2013). Prospective teachers' interactive visualization and affect in mathematical problem-solving. *Mathematics Enthusiast*, 10(1–2), 61–86.
- Himmi, N., & Hatwin, L. B. A. (2018). Pengembangan modul sistem pertidaksamaan dua variabel berbasis geogebra terhadap kemampuan visual thinking matematis siswa kelas x. *Pythagoras*, 7(1), 35–46. <https://doi.org/10.33373/PYTHAGORAS.V7I1.1208>
- Indriani, R., Syafe'i, I., Mathematics, S. A.-J. of, & 2020, undefined. (2020). strategi belajar aktif tipe jeopardy review dengan tipe hollywood squares review dengan pendekatan visual thinking terhadap pemahaman konsep matematika. *Journal.Unugiri.Ac.Id*. <https://doi.org/10.32665/james.v3i1.93>
- Kartika, E., Matematika, N. Y.-P. J. P., & 2019, undefined. (2019). Analisis kemampuan pembuktian matematis pada matakuliah analisis real berdasarkan adversity quotient. *Jurnal.Umt.Ac.Id*, 3(2), 152–157. Retrieved from <http://jurnal.umat.ac.id/index.php/prima/article/view/1385>
- Kemampuan, A., Matematis, P., Menggunakan, M., Induktif-Deduktif, P., Mata, P., Analisis, K., ... Lestari, E. (n.d.). Analisis kemampuan pembuktian matematis mahasiswa menggunakan pendekatan induktif-deduktif pada mata kuliah analisis real. *Jm.Ejournal.Id*. Retrieved from

- <http://jm.ejournal.id/index.php/mendidik/article/view/20>
- Khasanah, S. N. (2015). Kajian Isi, Bahasa, dan Keterbacaan Buku Teks Kurikulum 2013 Pelajaran Bahasa Indonesia SMA Kelas X. *Jurnal Bahtera: Jurnal Pendidikan, Bahasa, Sastra, Dan Budaya*, 2(03).
- Kurniawati, D., & Mawardi, M. (2021). Pengembangan Instrumen Penilaian Sikap Gotong Royong dalam Pembelajaran Tematik di Sekolah Dasar. *Edukatif: Jurnal Ilmu Pendidikan*, 3(3), 640–648.
- Mancosu, P. (2005). Visualization in Logic and Mathematics. *Synthese Library*, Vol. 327, pp. 13–30. Department of Philosophy, U.C. Berkeley, United States: Springer Science and Business Media B.V. https://doi.org/10.1007/1-4020-3335-4_2
- Matematika, J. P., Perbowo, K. S., & Pradipta, T. R. (2017). Pemetaan kemampuan pembuktian matematis sebagai prasyarat mata kuliah analisis real mahasiswa pendidikan matematika. *Kalamatika.Matematika-Uhamka.Com*, 2(1). Retrieved from <http://www.kalamatika.matematika-uhamka.com/index.php/kmk/article/view/54>
- Matematika, M. W.-J. C. J. P., & 2017, undefined. (2016). Analisis problematika perkuliahan analisis real. *J-Cup.Org*, 1(1), 149–159. Retrieved from <http://j-cup.org/index.php/cendekia/article/view/15>
- Mones-Hattal, B., & Mandes, E. (1995). Enhancing visual thinking and learning with computer graphics and virtual environment design. *Computers and Graphics*, 19(6), 889–894. [https://doi.org/10.1016/0097-8493\(95\)00086-0](https://doi.org/10.1016/0097-8493(95)00086-0)
- Nafiah, K., Suhadi, S., & Sari, M. S. (2019). Validitas dan kepraktisan bahan ajar pengelolaan spesies asing invasif acacia nilotica untuk matakuliah pengelolaan sumberdaya alam. *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, Dan Pengembangan*, 4(5), 654–659.
- Nugraha, D. A., & Binadja, A. (2013). Pengembangan bahan ajar reaksi redoks bervisi SETS, berorientasi konstruktivistik. *Journal of Innovative Science Education*, 2(1).
- Oktary, W. (2021). *Pengembangan Media Pembelajaran Matematika Dengan Menggunakan Adobe Flash CS6 Berbasis Pendekatan Visual Thinking Pada Materi Dimensi Tiga Kelas*. Retrieved from <https://repository.uir.ac.id/11634/>
- Putra, I. K. A. A. J., Suarsana, I. M., & Suharta, I. G. P. (2020). Pengembangan Bahan Ajar Interaktif Materi Pecahan Untuk Siswa Smplb Tunarungu Dengan Pendekatan Multi Representasi. *Jurnal Nasional Pendidikan Teknik Informatika: JANAPATI*, 9(2).
- Putri, K. (2020). *Perangkat Pembelajaran Matematika Dengan Model Pembelajaran Problem Based Learning Disertai Pendekatan Visual Thinking Pada Pokok Bahasan Kubus dan* Retrieved from <http://repository.uir.ac.id/id/eprint/11404>
- Qomariyah, S, UNMA, U. R.-J. E. F., & 2022, undefined. (2017). Kesulitan Belajar Mahasiswa Pendidikan Matematika Pada Mata Kuliah Analisis Real. *Ejournal.Unma.Ac.Id*, 2(1). Retrieved from <https://www.ejournal.unma.ac.id/index.php/educatio/article/view/1865>
- Qomariyah, Siti, & Rosyidah, U. (2022). *Kesulitan Belajar Mahasiswa Pendidikan Matematika Pada Mata Kuliah Analisis Real*. 1(2), 396–400. <https://doi.org/10.31949/educatio.v8i2.1865>
- Riefani, M. K. (2019). Validitas dan kepraktisan panduan lapangan “keragaman burung” di kawasan pantai Desa Sungai Bakau. *Jurnal Vidya Karya*, 34(2), 193–

204.

- Schumacher, C., & Siegel, M. (2015). *CUPM Curriculum Guide to Majors in the Mathematical Sciences*. Retrieved April 5th, 2016.
- Sciences, A. M.-K. S., & 2019, undefined. (n.d.). Application of Visual Thinking Technique to Improve Students' Critical Thinking Skills. *Knepublishing.Com*, 2019. <https://doi.org/10.18502/kss.v3i10.3888>
- Setiani, A., Lukman, H. S., & Agustiani, N. (2022). Validitas Media Pembelajaran Matematika Berbentuk Video pada Materi Persamaan Linear Satu Variabel. *Prisma*, 11(2), 538–547.
- Shaffer, D. W. (1997). Learning mathematics through design: The anatomy of Escher's world. *Journal of Mathematical Behavior*, 16(2), 95–112. [https://doi.org/10.1016/s0732-3123\(97\)90019-5](https://doi.org/10.1016/s0732-3123(97)90019-5)
- Sholihah, U., Nusantara, T., Sa'Dijah, C., & Susanto, H. (2019). *The ability of students' visual thinking in solving integral problems* (Sutarno, Saprudin, A. A.G., P. I., N. A.B.D., & A. R.R., Eds.). Jurusan Tadris Matematika, IAIN Tulungagung, Jl. Mayor Sujadi Timur 46, Tulungagung, Jawa Timur, 66221, Indonesia: Institute of Physics Publishing. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1157/3/032090>
- Sriyanto, S., ... Y. F.-J. (Jurnal S., & 2019, undefined. (2019). Strategi Berpikir Visual bagi Peserta Didik Gangguan Kecemasan Sosial untuk Mengembangkan Keterampilan Sosial. *Jurnalnasional.Ump.Ac.Id*, 3(1), 65–78. Retrieved from <http://jurnalnasional.ump.ac.id/index.php/JSSH/article/view/3064>
- Stokes, S. (2002). Visual literacy in teaching and learning: A literature perspective. *Electronic Journal for the Integration of Technology in Education*, 1(1), 10–19.
- Sugiyono, D. (2013). *Metode penelitian pendidikan pendekatan kuantitatif, kualitatif dan R&D*.
- Sumalasia, I. K. Y., Suarsana, I. M., & Astawa, I. W. P. (2020). Pengembangan bahan ajar interaktif multi representasi pada materi geometri kelas VII SMPLB Tunarungu. *Pythagoras: Jurnal Pendidikan Matematika*, 15(1).
- Thornton, S. (2001). A picture is worth a thousand words. *New Ideas in Mathematics Education: Proceedings of the International Conference of the Mathematics Education into the 21st Century Project*, 251–256.
- Visual Thinking Strategies | MindManager Blog. (n.d.). Retrieved March 14, 2023, from <https://blog.mindmanager.com/202008visual-thinking-strategies-you-can-start-using-today/>
- Wahyuningsih, S., Qohar, A., Satyananda, D., & Atan, N. A. (2020). *Visual thinking profile of mathematics students in graph theory problem solving process* (H. H., M. S., S. I., F. N., & D. I.W., Eds.). Universitas Negeri Malang, Indonesia: American Institute of Physics Inc. <https://doi.org/10.1063/5.0000650>
- Yaghmaie, F. (2003). Content validity and its estimation. *Journal of Medical Education*, 3(1).
- Yunita, M. (2019). *Pengembangan Perangkat Pembelajaran Berbasis Masalah Untuk Meningkatkan Kemampuan Visual Thinking Dan Self Efficacy Siswa*. Retrieved from <http://digilib.unimed.ac.id/id/eprint/37234>