



STUDI FENOMENOLOGI MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA DALAM PEMBUKTIAN ANALISIS REAL

Nawang Wulan^{1*}, Ira Wulan Sari², Fanny Adibah³

^{1,2,3} IKIP Widya Dharma

¹ nawangmath@gmail.com, ² sheira.ws@gmail.com, ³ fany8799@gmail.com

Abstrak:

Penelitian ini bertujuan untuk mengeksplorasi pengalaman mahasiswa pendidikan matematika dalam memaknai pembuktian pada mata kuliah Analisis Real. Fenomena ini penting karena pembuktian menandai transisi dari matematika prosedural menuju matematika formal, abstrak, dan deduktif. Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif fenomenologis dengan data yang merepresentasikan hasil wawancara mendalam, observasi perkuliahan, serta analisis dokumen tugas mahasiswa. Partisipan adalah delapan mahasiswa Pendidikan Matematika IKIP Widya Dharma Surabaya yang sedang atau telah menempuh Analisis Real. Data dianalisis menggunakan analisis tematik reflektif untuk menemukan pola makna dari pengalaman mahasiswa. Hasil penelitian ini menunjukkan empat tema utama, yaitu mahasiswa merasa asing dengan simbol dan definisi yang digunakan, merasa bingung saat harus memulai sebuah pembuktian, mengalami konflik antara menghafal pola bukti dengan benar-benar memahaminya, serta akhirnya mengalami perubahan cara pandang bahwa bukti dipahami bukan sekadar hafalan, melainkan sebagai cara berpikir dalam matematika. Dengan demikian, penelitian ini menyimpulkan bahwa pembuktian dalam Analisis Real bukan sekadar aktivitas kognitif, melainkan pengalaman epistemik, afektif, dan reflektif yang membentuk kesadaran matematis mahasiswa sebagai calon guru. Kontribusi penelitian ini adalah memberikan pemahaman baru mengenai proses terbentuknya kesadaran matematis mahasiswa ketika mereka menegosiasikan keterasingan, kebuntuan, dan strategi hafalan menuju pemaknaan bukti sebagai cara berpikir. Implikasinya, dosen pengampu Analisis Real perlu merancang pembelajaran yang menampilkan proses pemaknaan definisi dan konstruksi bukti secara eksplisit, sedangkan program studi pendidikan matematika dapat menggunakan temuan ini sebagai dasar untuk memperkuat kurikulum berbasis pembuktian sejak semester pertama.

Kata kunci: Pengalaman Mahasiswa, Pembuktian Matematika, Analisis Real, Abstraksi Matematis, Fenomenologi



PENDAHULUAN

Bagi mahasiswa pendidikan matematika, mata kuliah Analisis Real sering menjadi tempat pertama bagi mereka untuk berhadapan secara serius dengan matematika formal. Pada mata kuliah ini, tuntutan utama mahasiswa bergeser dari sekadar menghitung hasil akhir menuju aktivitas yang lebih mendalam, yaitu memahami definisi, membaca teorema, menafsirkan simbol, dan menyusun bukti deduktif yang sah. Pembuktian merupakan aktivitas inti dalam pendidikan matematika perguruan tinggi karena melalui bukti, mahasiswa belajar menjelaskan mengapa suatu pernyataan benar, bukan sekadar menerima kebenaran sebagai hasil akhir (Stylianides et al., 2024).

Perubahan dari matematika prosedural menuju matematika berbasis bukti menghadirkan pengalaman belajar yang tidak sekadar sederhana. Riset pendidikan matematika di perguruan tinggi menunjukkan bahwa mahasiswa yang memasuki mata kuliah lanjutan perlu mengembangkan penalaran formal, kemampuan membuktikan, pemodelan, dan pemecahan masalah tingkat tinggi (Biehler et al., 2024). Dalam konteks penulisan bukti, refleksi terbimbing juga terbukti berkaitan dengan kesiapan mahasiswa menghadapi Analisis Real karena membantu mereka memeriksa strategi, kesalahan, dan proses berpikirnya (Hoffman et al., 2024).

Kajian tentang persepsi mahasiswa terhadap bukti memperlihatkan bahwa mahasiswa sarjana mengakui pentingnya pembuktian, tetapi tetap memandang bukti sebagai sesuatu yang sulit, terutama ketika baru memasuki budaya matematika di perguruan tinggi (Laugwitz et al., 2025). Pada konteks calon guru matematika, persoalan ini menjadi lebih penting karena mereka tidak hanya perlu memahami pembuktian untuk dirinya sendiri, tetapi juga kelak dituntut menjelaskan alasan matematis kepada peserta didik. Studi tentang hambatan calon guru dalam Analisis Real menunjukkan adanya hambatan ontogenik, epistemologis, dan didaktis, terutama dalam memahami definisi, memulai bukti, dan menyusun argumen lengkap (Badjeber et al., 2025).

Kajian terdahulu mengenai pembuktian pada matematika perguruan tinggi dapat disintesis ke dalam tiga kelompok utama. Kelompok pertama menyoroti abstraksi matematis sebagai proses membangun pemahaman terhadap objek dan relasi matematika yang tidak selalu dapat diamati secara langsung. Dalam Analisis Real, abstraksi hadir melalui konsep barisan, limit, kekontinuan, supremum, infimum, dan sifat bilangan real yang



menuntut mahasiswa mengoperasikan definisi sebagai alat kerja dalam pembuktian. Kajian sistematis menunjukkan bahwa abstraksi berkaitan dengan pembentukan objek mental, relasi, dan struktur matematika (Andriatna et al., 2025), sedangkan kajian bibliometrik memperlihatkan bahwa penelitian abstraksi dalam pendidikan matematika terus berkembang sebagai wilayah penting untuk menjelaskan pembentukan konsep (Hodiyanto et al., 2025). Hafifuddin et al. (2024) juga menegaskan bahwa pemahaman matematika dapat diperkuat ketika konsep dimediasi melalui pengalaman belajar yang bermakna. Dengan demikian, abstraksi tidak cukup dipahami sebagai ciri materi yang sulit, tetapi perlu dibaca sebagai proses pemaknaan yang harus dijumpai dalam pembelajaran.

Selain dimensi kognitif, pembuktian juga memuat dimensi afektif. *Self-efficacy*, kecemasan, apresiasi, dan motivasi terbukti berkaitan dengan sikap mahasiswa terhadap pembuktian (Häsä et al., 2023). Emosi epistemik seperti rasa ingin tahu, frustrasi, kebosanan, dan kenikmatan intelektual juga muncul dalam proses konstruksi bukti dan berkaitan dengan perhatian serta motivasi mahasiswa (Schubert et al., 2023). Dalam konteks mahasiswa pendidikan matematika, kemampuan argumentasi saat membuktikan pernyataan matematika juga dapat berbeda berdasarkan keyakinan diri mahasiswa (Kurniawan et al., 2023). Temuan lain tentang kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal matematika ditinjau dari *self-efficacy* memperkuat pemahaman bahwa aspek keyakinan diri dapat berhubungan dengan kualitas pemahaman, transformasi informasi, dan proses penyelesaian masalah matematika (Puspitaningati et al., 2024).

Kelompok kedua berfokus pada *proof comprehension*, *proof validation*, dan *proof construction*. Penelitian terdahulu membedakan antara membaca, memahami, memvalidasi, dan menyusun bukti. Konstruksi bukti tidak identik dengan pemahaman atau validasi bukti, meskipun ketiganya saling berkaitan. Ringkasan bukti dapat digunakan untuk menangkap pemahaman mahasiswa terhadap struktur pembuktian (Davies & Jones, 2022), sementara keyakinan mahasiswa tentang argumen empiris dan bukti matematis dapat berubah ketika mereka mengikuti mata kuliah pengantar pembuktian (Miller et al., 2024). Sintesis ini menunjukkan bahwa kesulitan mahasiswa tidak dapat dilihat hanya dari benar atau salahnya hasil akhir, tetapi perlu ditelusuri dari cara mahasiswa membaca definisi, mengenali struktur argumen, memvalidasi langkah, dan mengkonstruksi bukti secara mandiri.

Kelompok ketiga mengkaji intervensi pembelajaran untuk membantu mahasiswa membangun keterampilan pembuktian. Berbagai studi menunjukkan bahwa dukungan berbasis sumber daya kognitif, video heuristik, computational thinking, teknologi kecerdasan buatan, dan pengalaman belajar matematika yang kreatif dapat membantu mahasiswa memahami strategi pembuktian, membangun kepercayaan diri, serta merefleksikan proses berpikir matematis (Dilling & Herrmann, 2024; Nurlaelah et al., 2025; Pramesti & Antonius, 2023; Sommerhoff et al., 2021; Wirth et al., 2024). Namun, sintesis atas kajian tersebut memperlihatkan bahwa fokus penelitian masih dominan pada hasil pencapaian, desain intervensi, hambatan belajar, atau keterampilan teknis membuktikan. Dengan demikian, masih terbuka ruang untuk memahami pembuktian dari sisi pengalaman hidup mahasiswa: bagaimana mereka mengalami keterasingan, kebuntuan, strategi bertahan, perubahan makna, dan pembentukan identitas sebagai calon guru matematika. Gap inilah yang menjadi dasar penelitian ini, yaitu membaca pembuktian Analisis Real bukan hanya sebagai produk logis, melainkan sebagai pengalaman fenomenologis yang membentuk kesadaran matematis mahasiswa.

Kajian tentang *proof by contradiction* menunjukkan bahwa kesulitan mahasiswa dalam pembuktian memiliki sumber yang kompleks dan tidak dapat direduksi menjadi kesalahan logika tunggal (Quarfoot & Rabin, 2022; Rabin & Quarfoot, 2022). Kajian pada calon guru Indonesia juga menegaskan pentingnya kompetensi pembuktian dalam pembentukan calon pendidik matematika (Anwar, 2021), sementara hambatan bukti pada transformasi geometri memperlihatkan bahwa kesalahan konseptual, prosedural, dan visualisasi dapat saling terkait (Maifa et al., 2025).

Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini memposisikan pembuktian Analisis Real bukan hanya sebagai produk logis yang dinilai benar atau salah, tetapi sebagai pengalaman hidup mahasiswa. Fokus penelitian diarahkan pada bagaimana mahasiswa mengalami abstraksi, membaca definisi, memulai bukti, menegosiasikan ketegangan antara hafalan dan pemahaman, serta membangun makna pembuktian sebagai calon guru matematika. Tujuan penelitian ini adalah mengeksplorasi pengalaman mahasiswa pendidikan matematika dalam memaknai pembuktian pada mata kuliah Analisis Real melalui pendekatan fenomenologis.



METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif fenomenologis reflektif yang berorientasi pada tradisi Husserlian. Orientasi ini dipilih karena fokus utama penelitian adalah memahami pengalaman hidup mahasiswa sebagaimana dialami dan dimaknai oleh partisipan ketika berhadapan dengan pembuktian pada mata kuliah *Analisis Real*. Dalam kerangka ini, peneliti berupaya menunda asumsi awal tentang pembuktian melalui catatan reflektif dan pemeriksaan ulang hubungan antara data, kode, dan tema, sehingga makna pengalaman partisipan dapat muncul secara lebih terbuka. Penelitian ini tidak menggunakan *Interpretative Phenomenological Analysis* (IPA) secara penuh karena tujuan analisis bukan menelaah kasus secara ideografis satu per satu, melainkan menemukan pola makna lintas partisipan melalui analisis tematik reflektif. Fenomenologi memungkinkan peneliti menelusuri bagaimana partisipan mengalami suatu fenomena, bagaimana mereka menafsirkan pengalaman tersebut, dan bagaimana struktur makna terbentuk dalam konteks pendidikan (Alhazmi & Kaufmann, 2022).

Partisipan sebanyak delapan mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika IKIP Widya Darma Surabaya yang sedang atau telah menempuh mata kuliah Analisis Real. Pemilihan partisipan menggunakan *purposive sampling* karena penelitian kualitatif membutuhkan partisipan yang memiliki pengalaman relevan dan mampu memberikan informasi mendalam tentang fenomena yang dikaji (Campbell et al., 2020). Jumlah partisipan dirancang kecil karena penelitian fenomenologis menekankan kedalaman pengalaman, bukan representasi statistik; kecukupan data kualitatif ditentukan oleh kekayaan informasi, kedalaman narasi, dan kesesuaian dengan tujuan analisis (Fugard et al., 2024).

Wawancara dilakukan secara individual di lingkungan Program Studi Pendidikan Matematika IKIP Widya Darma Surabaya pada waktu yang disepakati bersama partisipan agar tidak mengganggu kegiatan perkuliahan. Setiap wawancara berlangsung sekitar 30-45 menit dan direkam dengan persetujuan partisipan untuk memastikan kelengkapan data. Observasi perkuliahan dilakukan selama beberapa kali pertemuan *Analisis Real*, masing-masing mengikuti durasi perkuliahan reguler, dengan fokus pada situasi ketika dosen menjelaskan definisi, membahas teorema, dan menuntun mahasiswa membaca atau menyusun bukti. Rekaman wawancara kemudian ditranskripsikan secara kata demi kata,



sementara catatan observasi dan dokumen tugas mahasiswa digunakan sebagai data pendukung untuk menelusuri hubungan antara cerita pengalaman mahasiswa dan bukti tertulis yang mereka hasilkan.

Data dikumpulkan melalui wawancara mendalam semi-terstruktur, observasi perkuliahan, dan analisis dokumen belajar mahasiswa. Wawancara menggali pengalaman mahasiswa ketika membaca definisi, memulai bukti, menyusun argumen, mengalami kebingungan, dan merefleksikan pembuktian. Melalui observasi perkuliahan, peneliti memperoleh pemahaman tentang situasi pembelajaran saat definisi dan teorema dijelaskan, sementara dokumen tugas digunakan untuk mencermati jejak tertulis mahasiswa dalam menyusun pembuktian.

Data dianalisis menggunakan analisis tematik refleksif dengan orientasi fenomenologis. Analisis dilakukan secara manual dengan bantuan tabel matriks pengkodean untuk menata transkrip, kutipan penting, kode awal, memo reflektif, dan pengembangan tema. Tahapan analisis meliputi familiarisasi data, pemberian kode awal, pengembangan tema, peninjauan tema, penamaan tema, dan penulisan narasi tematik. Dalam proses tersebut, peneliti membaca ulang transkrip dan catatan observasi secara berulang untuk menangkap makna pengalaman yang muncul dari bahasa partisipan, kemudian mengaitkannya dengan pola makna lintas partisipan. Analisis tematik refleksif menempatkan tema sebagai hasil interpretasi aktif peneliti terhadap pola makna dalam data, bukan sekadar hasil penghitungan frekuensi kode (Braun & Clarke, 2023; Byrne, 2022).

Keabsahan data dirancang melalui *credibility*, *transferability*, *dependability*, dan *confirmability*. Keempat prinsip tersebut digunakan untuk memastikan keterpercayaan hasil, kejelasan konteks, keterlacakan proses penelitian, dan transparansi interpretasi peneliti (Korstjens & Moser, 2018; Stahl & King, 2020). Strategi yang digunakan meliputi *member checking*, triangulasi sumber data, deskripsi tebal, audit trail, dan catatan reflektif peneliti. *Member checking* dilakukan kepada delapan partisipan dengan cara menyampaikan ringkasan hasil wawancara, kutipan representatif, dan interpretasi awal tema kepada masing-masing partisipan. Partisipan diberi kesempatan untuk mengonfirmasi, mengoreksi, atau menambahkan penjelasan terhadap makna pengalaman yang ditafsirkan peneliti. Tanggapan partisipan kemudian digunakan untuk menilai kesesuaian antara interpretasi peneliti dan pengalaman yang mereka alami, bukan untuk

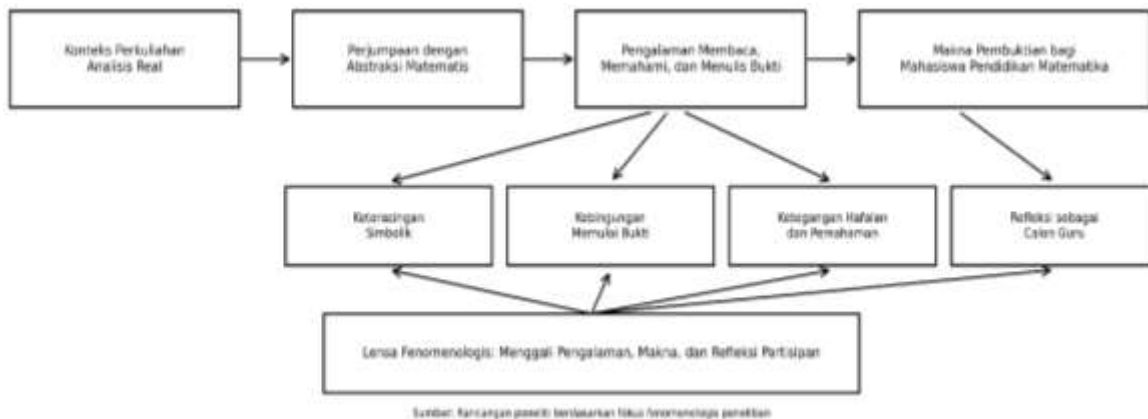
menyeragamkan seluruh pandangan partisipan (McKim, 2023).

Refleksivitas dalam penelitian ini dijaga dengan cara menuliskan refleksi setelah wawancara, mendokumentasikan asumsi awal, dan memastikan bahwa interpretasi tema tetap berpijak pada kutipan partisipan. Refleksivitas penting karena subjektivitas, posisi, dan pengalaman peneliti dapat memengaruhi proses pengumpulan serta penafsiran data (Olmos-Vega et al., 2023). Pelaporan penelitian juga mengacu secara adaptif pada prinsip transparansi dalam pedoman COREQ untuk penelitian berbasis wawancara dan kelompok diskusi (Tong et al., 2007).

Tabel 1. Rancangan Partisipan dan Sumber Data

Komponen	Rancangan Penelitian
Partisipan	Delapan mahasiswa pendidikan matematika IKIP Widya Darma Surabaya yang sedang atau telah menempuh Analisis Real
Teknik sampling	Purposive sampling berdasarkan pengalaman langsung dengan pembuktian Analisis Real
Data utama	Wawancara mendalam semi-terstruktur
Data pendukung	Observasi perkuliahan dan dokumen tugas pembuktian mahasiswa
Analisis	Analisis tematik reflektif berorientasi fenomenologis
Keabsahan	Member checking, triangulasi, deskripsi tebal, audit trail, dan refleksivitas

Gambar 1 dibawah ini menunjukkan bahwa pengalaman mahasiswa dibaca sebagai alur pemaknaan dari konteks perkuliahan Analisis Real, pengalaman abstraksi matematis, pengalaman membaca dan menulis bukti, hingga terbentuknya makna pembuktian. Kerangka tersebut tidak diperlakukan sebagai model sebab-akibat, tetapi sebagai peta konseptual untuk membaca pengalaman partisipan secara fenomenologis.



Gambar 1. Visualisasi konsep pemikiran penelitian fenomenologis

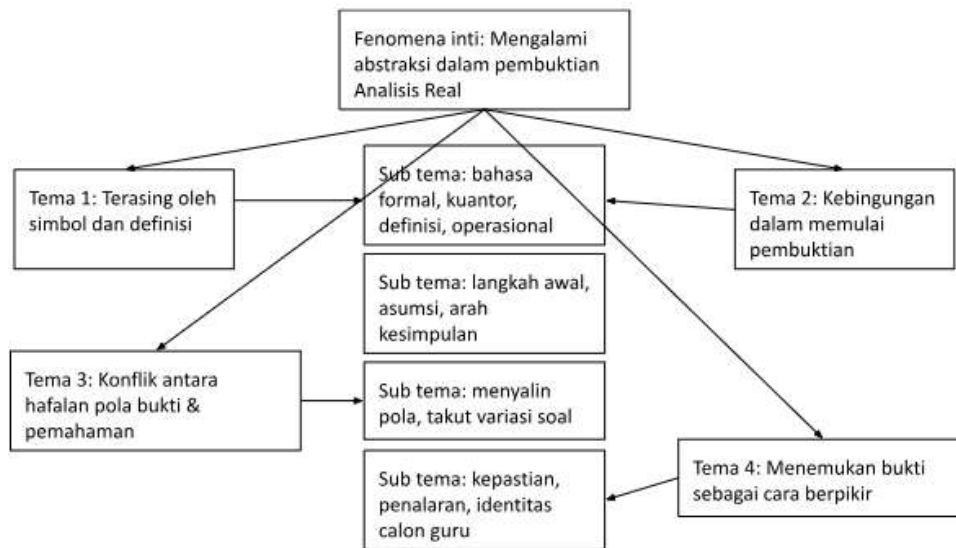
HASIL DAN PEMBAHASAN

Penyajian hasil penelitian didasarkan pada data wawancara dan observasi yang dianalisis sesuai dengan kerangka penelitian fenomenologis. Dalam rancangan ini, mahasiswa diberi kode M1 sampai M8 untuk menjaga kerahasiaan identitas. Analisis menghasilkan empat tema utama, yaitu terasing oleh simbol dan definisi, kebingungan dalam memulai pembuktian, konflik antara hafalan pola bukti dan pemahaman, serta menemukan bukti sebagai cara berpikir.

Keempat tema tersebut memperlihatkan bahwa pengalaman mahasiswa dalam pembuktian Analisis Real bersifat dinamis dan saling bertautan. Pengalaman mahasiswa terhadap bukti bergerak dari rasa terbebani oleh simbol dan definisi, menuju tantangan dalam menemukan langkah awal, hingga akhirnya dipahami sebagai cara berpikir untuk menjelaskan kebenaran matematika.

Tabel 2. Profil Pengalaman Mahasiswa terhadap Pembuktian Analisis Real

Kode	Status Akademik	Pengalaman Dominan
M1	Semester IV	Menghafal pola bukti, tetapi rapuh ketika soal berubah
M2	Semester IV	Merasa asing terhadap simbol, kuantor, dan definisi formal
M3	Semester VI	Mulai memahami bukti sebagai cara menjelaskan kebenaran
M4	Semester IV	Sulit menentukan langkah awal pembuktian
M5	Semester VI	Berubah dari takut bukti menjadi tertarik pada struktur argumen
M6	Semester IV	Memahami bukti saat dijelaskan, tetapi sulit menulis mandiri
M7	Semester VI	Merefleksikan bukti sebagai bekal calon guru matematika
M8	Semester IV	Memaknai bukti sebagai beban sekaligus tantangan intelektual



Gambar 2. Peta tematik hasil penelitian

Peta tematik pada Gambar 2 menunjukkan keterhubungan antara fenomena inti dan empat tema pengalaman mahasiswa. Tema-tema tersebut tidak berdiri sebagai kategori terpisah, tetapi membentuk alur pengalaman ketika mahasiswa berhadapan dengan abstraksi, definisi, dan pembuktian formal.

Tabel 3. Ringkasan Tema, Subtema, dan Kutipan Representatif

Tema	Subtema	Kutipan Representatif
Terasing oleh simbol dan definisi	Bahasa formal, kuantor, definisi operasional	“Definisinya pendek, tetapi justru di situ susahnyanya; saya tidak tahu harus membacanya dari mana.” (M2)
Kebingungan dalam memulai pembuktian	Langkah awal, asumsi, arah kesimpulan	“Saya tahu yang diminta membuktikan apa, tetapi kalimat pertama bukti selalu membuat saya berhenti.” (M4)
Konflik antara hafalan pola bukti dan pemahaman	Menyalin pola, takut variasi soal	“Kalau soalnya mirip contoh saya bisa mengikuti, tetapi kalau berubah sedikit saya kehilangan pegangan.” (M1)
Menemukan bukti sebagai cara berpikir	Kepastian, penalaran, identitas calon guru	“Bukti itu seperti cara matematika menjelaskan dirinya sendiri.” (M3)

Secara konseptual, keempat tema pada Tabel 3 dapat dipahami sebagai jaringan pengalaman yang saling berhubungan, bukan sebagai urutan proses yang berlaku sama



pada setiap mahasiswa. Pengalaman mahasiswa berawal dari rasa asing terhadap simbol dan definisi, karena bahasa formal matematika belum sepenuhnya mereka maknai sebagai perangkat berpikir. Rasa asing tersebut berkembang menjadi kebingungan dalam menentukan langkah awal pembuktian, sebab definisi belum dapat diterjemahkan menjadi asumsi, strategi, dan arah kesimpulan. Jika kondisi ini tidak disertai dengan penguatan konseptual, mahasiswa akhirnya mengandalkan hafalan pola bukti sebagai cara bertahan yang praktis, tetapi tidak cukup kuat ketika menghadapi variasi soal.

Hubungan antar-tema menunjukkan proses pengalaman yang tidak selalu berurutan. Mahasiswa dapat berpindah antara rasa asing terhadap simbol, kesulitan memulai bukti, dan strategi menghafal sebelum menemukan makna bukti sebagai bentuk penalaran. Perubahan pemahaman terjadi ketika mereka mulai melihat keterkaitan antara simbol, definisi, dan langkah bukti sebagai satu kesatuan argumen yang menjelaskan mengapa suatu pernyataan benar. Dengan demikian, pengalaman pembuktian dalam analisis real dapat dipahami sebagai proses pembentukan makna dari bahasa formal menuju kesadaran matematis.

Terasing oleh Simbol dan Definisi

Tema pertama menunjukkan bahwa pengalaman awal mahasiswa dalam pembuktian Analisis Real ditandai oleh rasa asing terhadap bahasa formal. Definisi belum berfungsi sebagai alat kerja, tetapi masih dialami sebagai teks simbolik yang padat dan sulit digunakan. Pengalaman mahasiswa M2 yang merasa tidak tahu "membaca dari mana" memperlihatkan bahwa persoalan mahasiswa tidak hanya terletak pada simbol, tetapi juga pada relasi antara simbol dan tindakan pembuktian. Secara fenomenologis, kutipan tersebut memperlihatkan adanya jarak pengalaman antara memahami definisi sebagai pernyataan matematis dan menggunakan definisi sebagai petunjuk untuk melakukan pembuktian. Bagi mahasiswa, definisi belum dipahami sebagai jalan untuk membangun argumen, tetapi masih terasa sebagai wilayah asing yang sulit digunakan. Makna pengalaman ini menunjukkan bahwa kesulitan awal dalam analisis real tidak hanya berkaitan dengan lemahnya pemahaman simbol, melainkan juga dengan hilangnya arah ketika bahasa formal belum berfungsi sebagai alat berpikir.

Secara konseptual, temuan ini memperkaya kajian hambatan belajar Analisis Real karena hambatan definisi tidak hanya dapat dibaca sebagai kesalahan kognitif, melainkan

sebagai pengalaman keterasingan terhadap bahasa formal matematika. Mahasiswa berada pada situasi ketika ia dapat menyalin definisi, tetapi belum mampu mengubah definisi menjadi argumen deduktif. Kondisi ini sejalan dengan temuan bahwa banyak mahasiswa kesulitan menghubungkan definisi dengan teorema saat menyusun langkah-langkah pembuktian secara sistematis (Murni et al., 2025).

Fenomena keterasingan ini muncul karena mahasiswa yang sebelumnya terbiasa dengan matematika prosedural harus melakukan lompatan semiotik: dari melihat simbol sebagai notasi menuju menggunakan simbol sebagai alat argumentasi. Faktor penyebabnya antara lain kebiasaan belajar yang lebih menekankan hasil hitungan, keterbatasan pengalaman membaca definisi formal, dan minimnya latihan mengubah definisi menjadi tindakan pembuktian. Implikasinya, perkuliahan Analisis Real perlu menyediakan aktivitas khusus untuk membedah definisi, menandai kuantor, memberi contoh dan noncontoh, serta menuliskan kembali makna definisi dalam bahasa mahasiswa sebelum bukti formal dibangun.

Kebingungan dalam Memulai Pembuktian

Tema kedua menggambarkan mahasiswa yang memahami isi teorema secara umum, tetapi tidak tahu bagaimana memulai pembuktian. Sebagaimana yang dialami oleh mahasiswa M4 yang menyatakan bahwa kalimat pertama bukti sering menjadi titik berhenti. Pengalaman ini menunjukkan bahwa pemahaman terhadap pernyataan belum otomatis berubah menjadi kemampuan menyusun argumen. Secara fenomenologis, terhentinya mahasiswa pada kalimat pertama menggambarkan pengalaman buntu ketika mereka mengetahui apa yang harus dibuktikan, namun belum mengetahui bagaimana memasuki struktur pembuktian formal. Kesulitan mahasiswa tidak sepenuhnya disebabkan oleh ketidaktahuan terhadap materi, tetapi oleh ketegangan antara memahami apa yang perlu dibuktikan dan belum mampu menentukan tindakan awal dalam pembuktian. Oleh karena itu, kebingungan memulai bukti dapat dilihat sebagai pengalaman transisi dari pemahaman deklaratif menuju pengambilan keputusan matematis.

Pembahasan tema ini menunjukkan bahwa konstruksi bukti menuntut keputusan matematis yang lebih kompleks daripada membaca bukti yang telah tersedia. Mahasiswa perlu mengenali asumsi, memilih definisi, menentukan arah kesimpulan, dan menjaga koherensi argumen. Karena itu, pembelajaran pada mata kuliah Analisis Real perlu memberi



perhatian pada proses membuka bukti, bukan hanya pada bentuk akhir bukti. Hal ini berkaitan dengan kesulitan mahasiswa dalam menentukan teorema atau definisi awal yang krusial untuk memulai penyusunan argumen logis (Helma, 2019). Ketidakmampuan ini sering kali diperparah oleh minimnya penguasaan materi dasar dan kurangnya latihan terstruktur yang membekali mahasiswa dengan intuisi dalam menyusun urutan logis suatu pembuktian (Sucipto & Mauliddin, 2017).

Kebingungan memulai bukti terjadi karena pembuktian tidak hanya menuntut penguasaan konsep, tetapi juga kemampuan strategis untuk menentukan titik awal argumen dan mengarahkan asumsi hingga mencapai kesimpulan. Kondisi tersebut muncul karena mahasiswa belum sepenuhnya mampu mengubah pemahaman verbal terhadap teorema menjadi rangkaian langkah deduktif yang tertulis secara sistematis. Implikasinya, dosen perlu memperlihatkan proses awal bagaimana cara mengkonstruksi bukti melalui pertanyaan pemandu seperti “apa yang diketahui?”, “definisi apa yang dapat digunakan?”, “apa bentuk kesimpulan yang harus dicapai?”, dan “langkah antara apa yang diperlukan?”.

Konflik antara Hafalan Pola Bukti dan Pemahaman

Tema ketiga memperlihatkan bahwa hafalan pola bukti menjadi strategi bertahan mahasiswa ketika pemahaman konseptual belum terbentuk secara kuat, tetapi tuntutan akademik tetap harus dipenuhi. Pengalaman mahasiswa M1 menunjukkan bahwa contoh bukti yang dihafal dapat memberi rasa aman sementara, namun menjadi rapuh ketika menghadapi variasi soal. Secara fenomenologis, kondisi ini menunjukkan bahwa hafalan bukan sekadar kebiasaan mekanistik, melainkan bentuk negosiasi mahasiswa terhadap ketidakpastian dalam pembuktian. Dengan demikian, muncul ketegangan antara kebutuhan untuk berhasil secara akademik dan kebutuhan untuk memahami struktur alasan yang mendasari sebuah bukti. Fenomena ini mencerminkan ketergantungan mahasiswa pada prosedur mekanistik daripada penguasaan konten, yang pada akhirnya memicu kecemasan matematis dan penurunan efikasi diri saat berhadapan dengan variasi masalah (Yanti & Yunita, 2020).

Walaupun strategi hafalan pada mahasiswa M1 dapat menimbulkan dampak negatif, seperti meningkatnya kecemasan matematis, dan menurunnya efikasi diri ketika bentuk soal berubah, strategi ini tidak dapat dipahami semata-mata sebagai kelemahan mahasiswa. Hafalan dapat menjadi tahap awal yang wajar dalam mengenali pola-pola pembuktian,



tetapi makna belajarnya baru muncul apabila diikuti dengan pemahaman terhadap alasan logis yang mendasari setiap langkah pembuktian. Persoalan muncul manakala hafalan berhenti sebagai tujuan akhir dan tidak pernah berkembang menjadi pemahaman struktural, sebab dalam kondisi itulah mahasiswa akan terus terjebak setiap kali permasalahannya sedikit berbeda dari contoh yang mereka hafal. Lebih lanjut, menurut Perbowo & Pradipta (2017) bahwa ketidakmampuan mahasiswa dalam melakukan kontrapositif dan kontradiksi secara mandiri berakar dari ketergantungan pada pola-pola yang sudah lazim. Oleh sebab itu, pembelajaran Analisis Real perlu dirancang untuk tidak sekadar melatih mahasiswa meniru pola bukti, melainkan secara bertahap mendorong mereka membongkar struktur logis di balik bukti, dengan memahami mengapa setiap langkah diambil, bukan hanya bagaimana langkah itu ditulis.

Fenomena hafalan pola bukti muncul karena mahasiswa membutuhkan rasa aman ketika menghadapi tugas yang dianggap abstrak, sementara kesempatan untuk memahami alasan di balik setiap langkah bukti masih terbatas. Faktor lain yang memperkuatnya adalah kecenderungan pembelajaran yang menampilkan bukti final sebagai produk rapi, tetapi belum selalu menampilkan proses eksplorasi, kegagalan sementara, dan revisi argumen. Implikasinya, pembelajaran Analisis Real perlu menggeser latihan dari menyalin contoh menuju aktivitas membandingkan beberapa bukti, melengkapi bukti rumpang, menemukan kesalahan logis, dan menjelaskan alasan setiap langkah secara lisan maupun tertulis.

Menemukan Bukti sebagai Cara Berpikir

Tema keempat menggambarkan transformasi pengalaman mahasiswa dalam memaknai pembuktian. Bukti yang awalnya dirasakan sebagai beban berubah menjadi sarana untuk memahami dan menjelaskan kebenaran matematika. Pengalaman M3 dan M7 menunjukkan bahwa pembuktian tidak lagi dipandang hanya sebagai tuntutan akademik, tetapi sebagai bahasa penalaran yang membentuk kepastian, arah berpikir, dan identitas sebagai calon guru matematika. Dalam konteks ini, mahasiswa mulai menyadari bahwa matematika tidak cukup diajarkan sebagai prosedur, tetapi perlu dijelaskan melalui alasan yang dapat dipertanggungjawabkan.

Tema ini menunjukkan bahwa pembuktian dapat membentuk identitas akademik mahasiswa. Mahasiswa tidak hanya belajar menulis argumen formal, tetapi juga membangun kesadaran bahwa matematika perlu dijelaskan melalui alasan. Bagi calon guru,

pengalaman ini penting karena mengajar matematika tidak cukup dengan menyampaikan prosedur, tetapi juga memerlukan kemampuan membangun makna dan alasan matematis. Penting untuk diingat bahwa pembuktian adalah salah satu aspek pembelajaran matematika yang harus diprioritaskan, terutama dalam mempersiapkan generasi mendatang untuk bernalar secara kritis. Oleh karena itu, penekanan pada proses abstraksi dan konstruksi bukti secara mandiri menjadi sangat krusial guna menjembatani kesenjangan antara kemampuan prosedural dan kedalaman pemahaman matematis mahasiswa (Kartika & Yazidah, 2019).

Perubahan pemaknaan terhadap bukti sebagai cara berpikir terjadi ketika mahasiswa mulai memahami pembuktian sebagai praktik memberikan alasan matematis, bukan hanya sebagai kewajiban untuk menyelesaikan tugas. Perubahan ini dimungkinkan oleh pengalaman mahasiswa dalam memahami struktur argumen, adanya dukungan dialogis selama perkuliahan, serta kesempatan untuk merefleksikan keterkaitan antara pembuktian dan tanggungjawab profesional mereka sebagai calon guru matematika. Implikasinya, dosen perlu menempatkan pembuktian sebagai praktik komunikasi matematis: mahasiswa tidak hanya diminta menulis bukti benar, tetapi juga menjelaskan alasan, mempertahankan argumen, dan menghubungkan bukti dengan cara mengajar matematika yang menumbuhkan pemahaman.



Gambar 3. Alur pemaknaan mahasiswa terhadap pembuktian

Gambar 3 di atas memperlihatkan bahwa makna pembuktian bergerak diawali dari definisi, kebuntuan, strategi bertahan, negosiasi makna, hingga transformasi. Lintasan ini tidak menggambarkan tahapan universal, tetapi pola makna yang dapat membantu



memahami pengalaman mahasiswa secara fenomenologis.

Pembahasan keseluruhan menunjukkan bahwa pengalaman mahasiswa dalam pembuktian Analisis Real merupakan transisi epistemologis. Mahasiswa tidak sekadar berpindah dari tidak bisa menjadi bisa, tetapi dari memahami matematika sebagai prosedur menuju memahami matematika sebagai sistem alasan. Transisi ini berkaitan dengan tuntutan matematika perguruan tinggi yang menempatkan bukti sebagai praktik utama pengetahuan matematika.

Temuan ini menegaskan bahwa abstraksi dalam analisis real tidak hanya menjadi sumber kesulitan, tetapi juga menjadi jalan menuju pemahaman matematis yang lebih mendalam. Kesulitan muncul ketika simbol dan definisi formal belum dimediasi secara tepat dalam perkuliahan, sehingga mahasiswa merasa berjarak dari matematika. Oleh karena itu, pembelajaran analisis real perlu membantu mahasiswa mengubah pengalaman keterasingan terhadap abstraksi menjadi pemahaman yang lebih jelas dan bermakna.

Implikasi praktisnya adalah perlunya pembelajaran Analisis Real yang menampilkan proses konstruksi bukti, bukan hanya bukti final. Upaya ini dapat diwujudkan melalui pemberian ruang bagi mahasiswa untuk mengeksplorasi langkah-langkah heuristik, termasuk penggunaan contoh spesifik, sebelum beralih ke formalisasi simbolik yang lebih kaku (Sari et al., 2017).

Dosen dapat memfasilitasi mahasiswa untuk menelaah peran definisi, mendiskusikan alasan pemilihan langkah awal pembuktian, membandingkan berbagai bentuk bukti, dan menuliskan refleksi tentang bagian pembuktian yang paling sulit dipahami. Aktivitas tersebut dapat menjadi penghubung antara kemampuan mahasiswa dalam membaca bukti dan kemampuan mereka menulis bukti secara mandiri. Pendekatan ini sangat relevan mengingat banyaknya mahasiswa yang masih terjebak pada kategori rendah dalam kemampuan mengkonstruksi bukti secara mandiri (Kartini & Suanto, 2016; Sanjaya, 2024).

Secara teoritis penelitian ini berkontribusi dengan menempatkan pembuktian sebagai pengalaman fenomenologis mahasiswa. Pembuktian tidak hanya dipahami sebagai indikator kemampuan formal, tetapi juga sebagai ruang pengalaman ketika mahasiswa menghadapi ketidakpastian, membangun strategi, merefleksikan kekeliruan, dan membentuk identitas dirinya sebagai calon guru matematika.

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Penelitian ini menunjukkan bahwa pengalaman mahasiswa pendidikan matematika dalam memaknai pembuktian pada mata kuliah Analisis Real bergerak melalui empat pola makna: keterasingan terhadap simbol dan definisi, kebingungan memulai pembuktian, ketegangan antara hafalan dan pemahaman, serta perubahan makna bukti sebagai cara berpikir matematis. Pola ini memperlihatkan bahwa pembuktian bukan sekadar aktivitas kognitif, tetapi pengalaman epistemik, afektif, dan reflektif. Dibandingkan dengan penelitian terdahulu yang lebih banyak menempatkan pembuktian sebagai keterampilan teknis, hambatan belajar, atau capaian hasil pembelajaran, penelitian ini menegaskan bahwa pembuktian juga merupakan pengalaman hidup akademik yang membentuk cara mahasiswa memahami matematika dan dirinya sebagai calon guru.

Pemahaman baru yang ditawarkan penelitian ini adalah bahwa abstraksi tidak selalu menjadi penghalang belajar. Abstraksi dapat menjadi ruang pembentukan kesadaran matematis ketika mahasiswa diberi kesempatan memahami fungsi definisi, membangun argumen, merefleksikan kesalahan, dan menafsirkan ulang makna pembuktian. Dengan demikian, kontribusi utama penelitian ini terletak pada pergeseran cara pandang dari “mahasiswa sulit membuktikan” menuju “mahasiswa sedang menegosiasikan makna pembuktian”. Bagi mahasiswa pendidikan matematika, pengalaman ini berkaitan langsung dengan identitas profesional sebagai calon guru yang perlu menjelaskan alasan matematis, bukan hanya menyampaikan prosedur.

Kebaruan penelitian ini terletak pada cara penelitian memandang pembuktian analisis real sebagai pengalaman fenomenologis yang berperan dalam membentuk kesadaran matematis mahasiswa, bukan semata-mata sebagai keterampilan teknis dalam menyusun argumen formal. Secara teoritis, penelitian ini memperluas kajian pembuktian matematika dengan menunjukkan bahwa keterasingan terhadap simbol, kebuntuan memulai bukti, strategi hafalan, dan perubahan makna merupakan satu kesatuan pengalaman epistemik-afektif yang saling berhubungan. Kontribusi ini penting karena memberi dasar konseptual bagi pengembangan pembelajaran Analisis Real yang tidak hanya mengejar kebenaran bukti akhir, tetapi juga memperhatikan proses mahasiswa membangun makna, kepercayaan diri, dan identitas sebagai calon guru matematika.



Saran

Dosen pengampu Analisis Real disarankan memberi ruang yang lebih eksplisit bagi mahasiswa untuk membicarakan proses berpikir dalam pembuktian. Pembelajaran dapat diperkuat melalui pembacaan definisi secara bertahap, diskusi langkah awal bukti, analisis kesalahan, refleksi tertulis, dan perbandingan beberapa bentuk pembuktian.

Program studi pendidikan matematika dapat mempertimbangkan penguatan kurikulum berbasis pembuktian secara bertahap sejak semester awal. Mahasiswa perlu dikenalkan pada membaca bukti, menulis argumen sederhana, memahami struktur definisi, dan merefleksikan proses berpikir matematis sebelum memasuki mata kuliah Analisis Real.

Penelitian lanjutan disarankan menggunakan data empiris dari beberapa perguruan tinggi, melibatkan partisipan dengan latar pengalaman akademik yang beragam, atau menggunakan desain longitudinal untuk menelusuri perubahan makna pembuktian dari awal hingga akhir perkuliahan Analisis Real. Pendekatan fenomenologi juga dapat dipadukan dengan analisis dokumen tugas pembuktian agar hubungan antara narasi pengalaman dan struktur bukti tertulis mahasiswa dapat dipahami lebih utuh.

DAFTAR PUSTAKA

- Alhazmi, A. A., & Kaufmann, A. (2022). Phenomenological qualitative methods applied to the analysis of cross-cultural experience in novel educational social contexts. *Frontiers in Psychology, 13*, Article 785134. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.785134>
- Andriatna, R., Nurhasanah, F., & Shahrill, M. (2025). Understanding mathematical abstraction: A systematic literature review of its conceptualizations and research practices. *Infinity Journal, 14*(4), 1081–1104. <https://doi.org/10.22460/infinity.v14i4.p1081-1104>
- Anwar, L. (2021). *Fostering Indonesian prospective mathematics teachers' geometry proof competencies* [University of Groningen Research Portal]. <https://research.rug.nl/en/publications/fostering-indonesian-prospective-mathematics-teachers-geometry-pr/>
- Badjeber, R., Sukayasa, I. W., Hadi, W., & Melissa, M. M. (2025). Learning obstacle of prospective mathematics teachers on real analysis. *Koordinat Jurnal MIPA, 6*(1). <https://doi.org/10.24239/koordinat.v6i1.147>
- Biehler, R., Bosch, M., Hochmuth, R., Nardi, E., & Winsløw, C. (2024). New trends in didactic research in university mathematics education. *ZDM—Mathematics Education, 56*, 1345–1360. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01643-2>



- Braun, V., & Clarke, V. (2023). Toward good practice in thematic analysis: Avoiding common problems and be(com)ing a knowing researcher. *International Journal of Transgender Health, 24*(1), 1–6. <https://doi.org/10.1080/26895269.2022.2129597>
- Byrne, D. (2022). A worked example of Braun and Clarke’s approach to reflexive thematic analysis. *Quality & Quantity, 56*, 1391–1412. <https://doi.org/10.1007/s11135-021-01182-y>
- Campbell, S., Greenwood, M., Prior, S., Shearer, T., Walkem, K., Young, S., Bywaters, D., & Walker, K. (2020). Purposive sampling: Complex or simple? Research case examples. *Journal of Research in Nursing, 25*(8), 652–661. <https://doi.org/10.1177/1744987120927206>
- Davies, B., & Jones, I. (2022). Assessing proof reading comprehension using summaries. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education, 8*, 469–489. <https://doi.org/10.1007/s40753-021-00157-6>
- Dilling, F., & Herrmann, M. (2024). Using large language models to support pre-service teachers mathematical reasoning—An exploratory study on ChatGPT as an instrument for creating mathematical proofs in geometry. *Frontiers in Artificial Intelligence, 7*, Article 1460337. <https://doi.org/10.3389/frai.2024.1460337>
- Fugard, A. J. B., Potts, H. W. W., & Stokes, J. (2024). Sample sizes for 10 types of qualitative data analysis: An integrative review. *International Journal of Qualitative Methods, 23*. <https://doi.org/10.1177/16094069241296206>
- Hafifuddin, A., Pramesthi, S. R. P. W., & Antonius, R. (2024). Meningkatkan Pemahaman Matematika Siswa Melalui Pembelajaran Matematika Realistik. *Journal of Education and Research, 3*(2), 89–101. <https://doi.org/10.56707/jedarr.v3i2.203>
- Häsä, J., Westlin, L., & Rämö, J. (2023). Undergraduate students’ attitudes towards mathematical proving in an introduction to proof course. *Educational Studies in Mathematics, 114*, 393–415. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10239-8>
- Helma, H. (2019). Penggunaan Flow Proof pada Perkuliahan Analisis Real untuk Meningkatkan Kemampuan Mahasiswa dalam Menganalisis Pembuktian. *JEP : Jurnal Eksakta Pendidikan, 3*(1). <https://doi.org/https://doi.org/10.24036/jep/vol3-iss1/326>
- Hodiyanto, Budiarto, M. T., Ekawati, R., Susanti, G., Kim, J., & Bongtiwon, D. M. R. (2025). Trends of abstraction research in mathematics education: A bibliometric analysis. *Infinity Journal, 14*(1), 125–142. <https://doi.org/10.22460/infinity.v14i1.p125-142>
- Hoffman, K., Williams, T. H., & Kephart, K. (2024). The use of guided reflections in learning proof writing. *Education Sciences, 14*(10), Article 1084. <https://doi.org/10.3390/educsci14101084>
- Kartika, E. D., & Yazidah, N. I. (2019). Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Pada



- Matakuliah Analisis Real Berdasarkan Adversity Quotient. *Prima: Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(2), 152. <https://doi.org/10.31000/prima.v3i2.1385>
- Kartini, & Suanto, E. (2016). Analisa Kesulitan Pembuktian Matematis Mahasiswa Pada Mata Kuliah Analisis Real. *SEMIRATA 2015 Bidang MIPA BKS-PTN Barat*, 1(1), 189–199. <http://jurnal.untan.ac.id/index.php/semirata2015/article/view/14066/13275>
- Korstjens, I., & Moser, A. (2018). Series: Practical guidance to qualitative research. Part 4: Trustworthiness and publishing. *European Journal of General Practice*, 24(1), 120–124. <https://doi.org/10.1080/13814788.2017.1375092>
- Kurniawan, S., Rosjanuardi, R., & Suhendra, S. (2023). Students' mathematical argumentation ability when proving mathematical statements based on self-efficacy. *Jurnal Elemen*, 9(2). <https://doi.org/10.29408/jel.v9i2.15151>
- Laugwitz, R., Brereton, N., & Cheng, M. (2025). Undergraduate students' perception of mathematical proof. *Teaching Mathematics and Its Applications: An International Journal of the IMA*. <https://doi.org/10.1093/teamat/hraf017>
- Maifa, T. S., Suryadi, D., & Fatimah, S. (2025). Identifying learning obstacles in proof construction for geometric transformations: Conceptual, procedural, and visualization errors. *Infinity Journal*, 14(3), 673–694. <https://doi.org/10.22460/infinity.v14i3.p673-694>
- McKim, C. (2023). Meaningful member-checking: A structured approach to member-checking. *American Journal of Qualitative Research*, 7(2), 41–52. <https://doi.org/10.29333/ajqr/12973>
- Miller, D. A., Case, J., & Davies, B. (2024). Students' beliefs on empirical arguments and mathematical proof in an introduction to proof class. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 55(8), 1853–1874. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2086082>
- Murni, D., Yerizon, Y., Fauzan, A., Jamaan, E. Z., Arnawa, I. M., & Helma, H. (2025). Menelusuri Kesulitan Mahasiswa Dalam Pembuktian Matematis Pada Perkuliahan Pengantar Analisis Real. *EDU-MAT: Jurnal Pendidikan Matematika*, 13(2), 237. <https://doi.org/10.20527/edumat.v13i2.22776>
- Nurlaelah, E., Pebrianti, A., Taqiyuddin, M., Dahlan, J. A., & Usdiyana, D. (2025). Improving mathematical proof based on computational thinking components for prospective teachers in abstract algebra courses. *Infinity Journal*, 14(1), 85–108. <https://doi.org/10.22460/infinity.v14i1.p85-108>
- Olmos-Vega, F. M., Stalmeijer, R. E., Varpio, L., & Kahlke, R. (2023). A practical guide to reflexivity in qualitative research: AMEE Guide No. 149. *Medical Teacher*, 45(3), 241–251. <https://doi.org/10.1080/0142159X.2022.2057287>



- Perbowo, K. S., & Pradipta, T. R. (2017). Pemetaan Kemampuan Pembuktian Matematis Sebagai Prasyarat Mata Kuliah Analisis Real Mahasiswa Pendidikan Matematika. *KALAMATIKA Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(1), 81. <https://doi.org/10.22236/kalamatika.vol2no1.2017pp81-90>
- Pramesthi, S. R. P. W., & Antonius, R. (2023). Peningkatan Kepercayaan Diri Mahasiswa Dengan Math for Fun. *Journal of Education and Research*, 2(2), 109–118. <https://doi.org/10.56707/jedarr.v2i2.163>
- Puspitaningati, N., Pramesthi, S., & Antonius, R. (2024). ANALISIS KESALAHAN SISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL MATEMATIKA DITINJAU DARI SELF EFFICACY. *Journal of Education and Research*, 3, 26–36. <https://doi.org/10.56707/jedarr.v3i1.187>
- Quarfoot, D., & Rabin, J. M. (2022). A hypothesis framework for students' difficulties with proof by contradiction. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 8, 490–520. <https://doi.org/10.1007/s40753-021-00150-z>
- Rabin, J. M., & Quarfoot, D. (2022). Sources of students' difficulties with proof by contradiction. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 8, 521–549. <https://doi.org/10.1007/s40753-021-00152-x>
- Sanjaya, F. (2024). *Analisis Kemampuan Mahasiswa Dalam Mengonstruksi*. 5(2011), 143–153.
- Sari, C. K., Waluyo, M., Ainur, C. M., & Darmaningsih, E. N. (2017). Menggunakan Contoh Dalam Pembuktian. *JIPMat*, 2(1), 1–9. <https://doi.org/10.26877/jipmat.v2i1.1475>
- Schubert, S., Pekrun, R., & Ufer, S. (2023). The role of epistemic emotions in undergraduate students' proof construction. *ZDM—Mathematics Education*, 55, 299–314. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01413-y>
- Sommerhoff, D., Kollar, I., & Ufer, S. (2021). Supporting mathematical argumentation and proof skills: Comparing the effectiveness of a sequential and a concurrent instructional approach to support resource-based cognitive skills. *Frontiers in Psychology*, 11, Article 572165. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.572165>
- Stahl, N. A., & King, J. R. (2020). Understanding and using trustworthiness in qualitative research. *Journal of Developmental Education*, 44(1), 26–28. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1320570.pdf>
- Stylianides, G. J., Stylianides, A. J., & Moutsios-Rentzos, A. (2024). Proof and proving in school and university mathematics education research: A systematic review. *ZDM—Mathematics Education*, 56, 47–59. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01518-y>
- Sucipto, L., & Mauliddin, M. (2017). Analisis Kesulitan Belajar Mahasiswa Dalam Memahami Konsep Bilangan Real. *Beta Jurnal Tadris Matematika*, 9(2), 197. <https://doi.org/10.20414/betajtm.v9i2.37>



- Tong, A., Sainsbury, P., & Craig, J. (2007). Consolidated criteria for reporting qualitative research: A 32-item checklist for interviews and focus groups. *International Journal for Quality in Health Care*, 19(6), 349–357. <https://doi.org/10.1093/intqhc/mzm042>
- Wirth, L., Kirsten, K., Serpé, C., & Greefrath, G. (2024). Comparing different types of instructional videos in a flipped proof-based classroom. *Frontiers in Education*, 9, Article 1438355. <https://doi.org/10.3389/feduc.2024.1438355>
- Yanti, D., & Yunita, H. (2020). Kecemasan Matematika Dan Self Efficacy Dalam Melakukan Pembuktian Matematika. *Journal of Mathematics Science and Education*, 2(2), 68–79. <https://doi.org/10.31540/jmse.v2i2.915>