

Desain Didaktis, Mengeksplorasi Model Mental, Pendekatan Metakognisi: Sebuah Upaya untuk Memperbaiki Kualitas Pemecahan Masalah Geometri

Kms. Muhammad Amin Fauzi¹, Nurhasanah Siregar², Denny Haris³, and Agus Priyatno⁴

^{1,2,3}Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Medan, Kota Medan, 20221 Indonesia

⁴Seni Rupa, Universitas Negeri Medan, Kota Medan, 20221, Indonesia,

*Corresponding Author: aminunimed29@gmail.com

Diterima 11 Agustus 2025, disetujui untuk publikasi 25 Oktober 2025

Abstrak. Penelitian ini bertujuan untuk mengeksplorasi model mental, strategi, dan skema berpikir mahasiswa dalam memecahkan masalah luas segitiga serta menelaah efektivitas desain didaktis berbasis pendekatan metakognitif dalam meningkatkan kemampuan pemecahan masalah geometri. Penelitian menggunakan metode studi kasus eksploratif dengan pendekatan kualitatif deskriptif yang melibatkan 23 mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Negeri Medan tahun akademik 2024/2025 sebagai subjek penelitian. Data dikumpulkan melalui lembar tugas pemecahan masalah bidang datar dan dianalisis melalui tiga tahap, yaitu reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa representasi visual mahasiswa masih dipengaruhi oleh citra mental prototipe, sehingga strategi pembagian bangun datar belum bervariasi. Namun, penerapan desain didaktis berbasis pendekatan metakognitif terbukti efektif dalam meningkatkan kesadaran mahasiswa terhadap proses berpikir visual mereka. Pendekatan ini tidak hanya memperkaya citra mental dan kesadaran visual mahasiswa, tetapi juga memperbaiki ketepatan strategi dan fleksibilitas representasi geometri dalam memecahkan masalah luas segitiga. Dengan demikian, integrasi metakognisi dalam pembelajaran geometri berpotensi meningkatkan kualitas model mental dan kemampuan berpikir spasial calon guru matematika.

Kata Kunci: Desain Didaktis, Pendekatan Metakognisi, Pemecahan Masalah, Geometri

Citation: Fauzi, K. M. A., Siregar, N., Haris, D., & Priyatno, A. (2025). Desain Didaktis, Mengeksplorasi Model Mental, Pendekatan Metakognisi : Sebuah Upaya untuk Memperbaiki Kualitas Pemecahan Masalah Geometri. *Jurnal Fibonacci: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(2), 105 – 117. 10.24114/jfi.v6i2.69851

Pendahuluan

Kemampuan awal menjadi landasan pengetahuan yang memungkinkan mahasiswa mengenali konsep-konsep dasar geometri. Dari dasar ini terbentuk model mental. Model mental adalah masalah sentral dalam ilmu kognitif dan sains karena mempengaruhi proses pemecahan masalah Geometri. Pengaruh model mental dalam proses pemecahan masalah juga mempengaruhi keakuratan solusi yang dihasilkan (Gentner & Gentner, 1983; Ifenthaler dkk., 2008). Oleh karena itu, model mental memainkan peran penting dalam proses pemecahan masalah. Model mental adalah representasi internal yang dibangun oleh individu selama proses pembelajaran (Craik, 1967; English, 2013; Halford, 1993; Johnson-Laird, 1983, 1999; Johnson-Laird & Goldvarg, 1997; Jones dkk., 2011;

Rouse & Morris, 1986). Karena model mental ada dalam pikiran (Radvansky & Zacks, 2012). Model mental tidak dapat melakukan pengamatan atau pengukuran langsung. Namun, model mental dapat diidentifikasi melalui berbagai representasi eksternal. Berisi perilaku yang tertulis pada lembar jawaban melalui teks tertulis, yaitu gambar, simbol, persamaan matematika, grafik, dan hasil verbal menggunakan aturan wawancara yang berisi pertanyaan generatif (Gogus, 2013; Justi & Gilbert, 2000; Nersessian, 1992). Sebagai ilustrasi dapat dilihat diagram alur berpikir dari aktivitas model mental geometri berikut ([Gambar 1](#)).

Diagram tersebut menggambarkan aktivitas mental mahasiswa yang tidak dapat diamati secara langsung, tetapi dapat dikenali melalui bukti tak langsung seperti sketsa, gesture, penjelasan lisan,

dan penggunaan garis bantu. Berdasarkan bukti tersebut, peneliti melakukan interpretasi terhadap model mental mahasiswa dalam geometri, untuk mengidentifikasi jenis model mental, menilai kelengkapan visualisasi, serta menganalisis kesesuaian strategi berpikir yang digunakan dalam memahami konsep geometri.



Gambar 1. Diagram Alur Aktivitas Model Mental

Beberapa penelitian tentang model mental telah dilakukan di tingkat prasekolah (Kildan dkk., 2013; Saçkes, 2015), sekolah dasar (Bofferding, 2014; Turk dkk., 2015), dan sekolah menengah (Chinnapan, 1998). Kildan dkk. (2013) meneliti model mental dengan menganalisis konten dalam gambar yang digambar oleh mahasiswa dan menghasilkan dua kelompok model mental: ilmiah dan non-ilmiah.

Selanjutnya, Saçkes (2015) meneliti model mental siklus siang dan malam dan menghasilkan tiga model mental, yaitu naif, sintesis, dan ilmiah. Di sisi lain, Bofferding (2014) meneliti model mental bilangan bulat dan menghasilkan lima model mental: awal, transisi I, sintesis, transisi II, dan formal. Terakhir, Turk dkk. (2015) meneliti model mental musim dengan hasil bahwa siswa membangun pembentukan musim dengan berbagai cara dalam pikiran mereka. Chinnapan (1998) meneliti skema dan model mental untuk memecahkan masalah geometris. Hasilnya adalah bahwa kualitas pengetahuan geometris yang dikembangkan siswa dapat sangat mempengaruhi

model mental mereka dan penggunaan pengetahuan itu selanjutnya. Berdasarkan beberapa penelitian yang telah dilakukan, perlu dilakukan penelitian pada tingkat calon guru matematika yaitu mahasiswa S1 Pendidikan Matematika Universitas Negeri Medan karena telah mempelajari banyak konsep, dan hal ini akan memberikan berbagai macam model mental yang dapat dieksplorasi (Johnson-Laird, 1983). Variasi ini muncul karena individu mengalami interaksi antara rangsangan dan pikiran selama proses pembelajaran, yang mengakibatkan perubahan dalam model mental (Vandenbosch & Higgins, 1996). Penelitian model mental yang dilakukan oleh Chinnapan (1998) tidak secara jelas menggambarkan karakteristik model mental dari subjek yang diteliti, dan berbagai strategi yang diterapkan dalam memecahkan masalah dirahasiakan.

Faktanya, strategi pemecahan masalah bergantung pada model mental (Gentner & Gentner, 1983), dan model mental bergantung pada keyakinan (Sternberg & Sternberg, 2016). Selain itu, strategi memainkan peran penting dalam pemecahan masalah yang sukses (Posamentier & Krulik, 2008). Beberapa strategi dapat diterapkan ketika seseorang memecahkan masalah, seperti strategi menemukan pola, mengadopsi, mengambil gambar, menghitung semua kemungkinan, dan bekerja mundur (Posamentier & Krulik, 2008; Spangenberg & Pithmajor, 2020). Instrumen yang digunakan oleh Chinnapan (1998) juga memberikan kesempatan terbatas untuk mengaktifkan skema dari berbagai domain yang dapat diakses saat pemecahan masalah. Skema dalam penelitian ini mengacu pada struktur pengetahuan yang berisi informasi tentang konsep inti dan hubungan antar konsep. Selain itu, baik Chinnapan (1998), Bofferding (2014), maupun Greefrath dkk. (2020, 2022) tidak mengungkapkan dan menggambarkan proses akomodasi model mental selama pemecahan masalah. Sedangkan Piaget (1954), Santhanam & Sein (1994), Oleson dkk. (2010), dan van Ments & Treur (2022) menyatakan bahwa model mental mengalami proses adaptasi melalui dua bentuk, yaitu asimilasi dan akomodasi, namun menurut

Ifenthaler dkk. (2008) dan Seel (1991, 2001) model mental hanya mengalami proses akomodasi.

Meskipun demikian, baik Van Ments dan Treur (2022) maupun Ifenthaler dkk. (2008) belum secara jelas menjelaskan bagaimana proses akomodasi mental berlangsung saat individu memecahkan masalah. Proses pembentukan atau adaptasi model mental merupakan usaha individu untuk mengubah representasi yang telah dimiliki atau membangun representasi baru agar sesuai dengan struktur masalah yang dihadapi. Dalam konteks penelitian ini, proses akomodasi tercermin dari kemampuan siswa dalam membuat representasi visual berupa gambar segitiga dan segiempat. Melalui aktivitas tersebut, siswa menyesuaikan pemahamannya terhadap konsep geometri dengan membentuk gambaran visual yang lebih sesuai dengan karakteristik objek yang dipelajari.

Proses akomodasi model mental biasanya muncul saat individu mengalami ketidakseimbangan kognitif (*disequilibrium*), yaitu kondisi ketika struktur pengetahuan yang ada tidak lagi memadai untuk memahami masalah baru (Subanji & Nusantara, 2016). Menurut Norman dkk. (1983), model mental bersifat tidak lengkap, tidak stabil, dan berubah dari waktu ke waktu. Perubahan ini mencerminkan adanya pergeseran konseptual, di mana individu mengembangkan atau menyesuaikan konsepsi untuk membentuk pemahaman yang lebih formal (Duit, 1999; Schnotz, 1998; Stark, 2003). Proses tersebut sejalan dengan pandangan Piaget tentang akomodasi sebagai inti perubahan kognitif (Duit & Treagust, 2003) dan memperkuat gagasan bahwa model mental bersifat dinamis dan terus berkembang (Van Ments & Treur, 2022).

Berdasarkan tinjauan pustaka ini, beberapa mahasiswa calon guru matematika diberikan pre-test dengan perintah "model segitiga-1 doberi nama kemudian bagilah segitiga tersebut menjadi empat bagian yang sama". Kemudian model segitiga-2 beri nama kemudian bagilah segitiga tersebut menjadi empat bagian yang sama. Dilanjutkan dengan model segiempat-1 diberi nama kemudian bagilah segiempat tersebut menjadi tiga bagian yang sama, seterusnya model segiempat-2 dibeai nama

kemudian bagilah segiempat tersebut menjadi tiga bagian yang sama. Hasil lengkap jawaban mahasiswa dapat dilihat pada [tabel 1](#) berikut.

Tabel 1. Hasil Jawaban Mahasiswa Terkait model segitiga

Nama Bangun Datar	Model Segitiga		Jumlah
	1	2	
Segitiga sama sisi	11	7	18
Segitiga sama kaki	6	3	9
Segitiga siku-siku	5	12	17
Segitiga sembarang	1	1	2

Sebagian besar mahasiswa (18 orang) menggambar segitiga sama sisi sebagai representasi awal, menunjukkan bahwa *mental image* mereka masih berorientasi pada bentuk yang dianggap paling "sempurna" atau prototipikal. Segitiga sama sisi yang simetris, mudah divisualisasikan, dan sering muncul dalam buku pelajaran menjadi representasi mental dominan, sesuai dengan teori *prototype* dalam kognisi yang menyatakan bahwa individu cenderung menggunakan contoh paling ideal sebagai wakil dari suatu konsep. Adapun segitiga sama kaki (9 mahasiswa) dan segitiga siku-siku (17 mahasiswa) juga dipilih karena memiliki ciri khas yang kuat serta sering digunakan dalam soal-soal geometri, sehingga memperkuat memori visual mahasiswa.

Tabel 2. Jawaban Mahasiswa terkait model segiempat

Nama Bangun Datar	Model Segiempat		Jumlah
	1	2	
Persegi	1	5	6
Persegi panjang	14	2	16
Trapesium	4	10	14
Jajargenjang	1	5	6
Belah ketupat	1	1	2
Segiempat Sembarang	1	1	2
Total Mahasiswa	22	24	

Sebaliknya, hanya 2 mahasiswa yang menggambar segitiga sembarang, bentuk yang sebenarnya paling umum dalam definisi segitiga. Rendahnya jumlah ini menunjukkan bahwa mahasiswa masih kesulitan memvisualisasikan bentuk yang tidak simetris atau tidak memiliki ciri khas tertentu. Dengan demikian, mahasiswa

cenderung mengandalkan bentuk ikonik dan mudah diingat, bukan variasi bentuk abstrak. Kondisi ini menegaskan perlunya pembelajaran geometri yang lebih beragam dan kontekstual agar mahasiswa dapat mengembangkan *mental image* yang fleksibel dan tidak terbatas pada bentuk-bentuk ideal semata.

Informasi dari [Tabel 2](#) sebagian besar mahasiswa cenderung menggambar persegi panjang (16 mahasiswa) dan trapesium (14 mahasiswa), yang menunjukkan preferensi kuat terhadap bentuk-bentuk ikonik dan familiar. Persegi panjang mudah diingat karena sering diasosiasikan dengan benda konkret seperti papan tulis, buku, atau layar, sementara trapesium kerap muncul dalam latihan soal yang membahas luas atau sifat sisi sejajar. Hal ini menunjukkan bahwa pengalaman belajar dan paparan visual sehari-hari membentuk *mental image* dominan terhadap kedua bangun tersebut.

Sementara itu, persegi dan jajargenjang (masing-masing 6 mahasiswa) berada pada tingkat menengah. Persegi dipilih karena kesimetrisannya yang kuat, namun jumlahnya lebih sedikit karena mahasiswa lebih sering menganggap persegi panjang sebagai bentuk “umum” dan lebih fleksibel. Di sisi lain, jajargenjang kurang populer karena jarang muncul dalam konteks visual sehari-hari, meskipun secara konseptual mirip dengan persegi panjang dan trapesium.

Adapun belah ketupat dan segiempat sembarang (masing-masing 2 mahasiswa) hampir tidak dipilih. Kondisi ini menunjukkan bahwa mahasiswa kesulitan memvisualisasikan bentuk yang kurang simetris dan tidak memiliki ciri khas visual yang kuat. Belah ketupat sering diabaikan karena dianggap bentuk yang tidak umum, sedangkan segiempat sembarang sulit direpresentasikan tanpa sifat khusus. Secara keseluruhan, pola ini menegaskan bahwa mahasiswa lebih mengandalkan *mental image* berbasis bentuk prototipikal dan familiar, sehingga diperlukan desain didaktik yang memperluas pengalaman visual dan konseptual terhadap variasi bangun datar secara lebih menyeluruh.

Berdasarkan hasil tes, peneliti tertarik mengeksplorasi mengapa mahasiswa lebih banyak menggambar segitiga sama sisi dibandingkan jenis segitiga lainnya. Hal ini menunjukkan bahwa calon guru Matematika cenderung mengandalkan *mental image* yang paling kuat dan familiar, yaitu segitiga sama sisi yang mudah dikenali karena sifat simetri dan kesederhanaannya. Model ini tertanam kuat dalam memori jangka panjang dan mencerminkan cara kerja model mental (Baguley & Payne, 2000).

Penelitian mengenai model mental sebelumnya telah banyak dikaji dalam konteks pemecahan masalah analogis (Gentner & Stevens, 1983), penalaran deduktif dan induktif (Holland dkk., 1986; Johnson-Laird & Byrne, 1993), serta inferensi probabilistik (Kahneman & Tversky, 1982), namun belum banyak membahasnya dalam konteks pemecahan masalah luas segitiga. Padahal, menemukan luas segitiga merupakan bentuk masalah matematika kompleks yang menuntut konstruksi representasi mental untuk menemukan solusi (Hoosain, 2004). Dalam hal ini, geometri datar berperan penting sebagai dasar bagi konsep matematika yang lebih kompleks seperti geometri ruang, trigonometri, dan kalkulus, sekaligus membantu calon guru mengembangkan keterampilan visualisasi dan penyampaian konsep secara lebih terstruktur dan menarik bagi siswa.

Berdasarkan tinjauan pustaka dan analisis tes awal, menunjukkan bahwa belum ada penelitian terkait model mental dan perubahan model mental saat memecahkan masalah, tepatnya masalah mencari luas segitiga, strategi apa yang digunakan, dan skema apa yang aktif selama proses pemecahan masalah. Penelitian ini bertujuan untuk mengeksplorasi model mental, strategi apa yang digunakan, dan skema apa yang aktif dalam memecahkan masalah luas yang segitiga yang lebih kompleks. Hasil penelitian ini memberikan informasi tentang pentingnya model mental dalam memecahkan masalah dan menjadi dasar perancangan pembelajaran berbasis konstruksi model mental (Lin, 2017; Moutinho dkk., 2017). Itu karena model mental mempengaruhi penerapan strategi dan skema aktif untuk menghasilkan solusi yang tepat untuk masalah yang dihadapi.

Metode Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian kualitatif dengan desain didaktis berbasis pendekatan metakognitif. Penelitian ini berfokus pada pengamatan dan analisis proses berpikir mahasiswa dalam merepresentasikan bangun datar, khususnya bagaimana kemampuan visualisasi geometri dapat ditingkatkan melalui aktivasi metakognitif yang terintegrasi dalam kegiatan pembelajaran. Pendekatan ini dipilih untuk memperoleh pemahaman mendalam mengenai cara mahasiswa membangun model mental dan kesadaran berpikirnya selama proses pemecahan masalah geometri.

Subjek penelitian adalah 23 mahasiswa semester awal Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Negeri Medan, yang dipilih melalui teknik purposive sampling. Pemilihan subjek didasarkan pada beberapa kriteria; (1) telah menempuh mata kuliah Dasar Geometri' (2) bersedia mengikuti seluruh rangkaian kegiatan pembelajaran dan refleksi, serta (3); mampu mengkomunikasikan proses berpikirnya baik secara lisan maupun tertulis. Selain itu, para peserta mewakili calon guru matematika yang memiliki latar belakang akademik homogen, sehingga memungkinkan peneliti untuk mengamati variasi model mental dan strategi berpikir dalam konteks yang relatif seimbang. Dengan demikian, keikutsertaan mereka dianggap relevan untuk menggambarkan dinamika pembentukan model mental dalam konteks pembelajaran geometri dasar.

Desain didaktis dalam penelitian ini dikembangkan untuk mengaktivasi proses metakognitif mahasiswa dalam memvisualisasikan bangun datar melalui tiga tahapan utama. Pertama, situasi awal (preliminary task), di mana mahasiswa diminta menggambar dan membagi bangun datar (segitiga dan segiempat) tanpa instruksi teknik tertentu. Kedua, situasi didaktis (didactical situation), mahasiswa menjelaskan alasan pemilihan bentuk dan strategi pembagian, serta menanggapi serangkaian pertanyaan metakognitif, seperti: "Mengapa Anda menggunakan strategi ini?", "Apakah ada alternatif strategi lain?", dan

"Bagaimana Anda tahu bahwa bagian yang Anda buat sama besar?". Ketiga, refleksi dan evaluasi (post-task reflection), mahasiswa meninjau kembali hasil kerjanya, membandingkan dengan hasil teman, serta mendiskusikan kelebihan dan kelemahan strategi yang digunakan. Melalui rangkaian ini, penelitian diharapkan mampu menggambarkan secara mendalam bagaimana aktivasi metakognitif berkontribusi terhadap peningkatan representasi visual dan kualitas berpikir geometri mahasiswa

Hasil dan Pembahasan

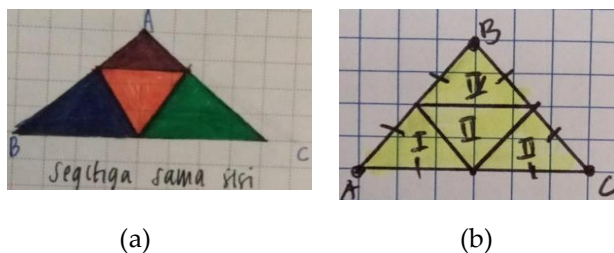
Hasil penelitian menunjukkan bahwa tiga model mental dikembangkan untuk memecahkan masalah luas segitiga, yaitu model mental awal, adaptif, dan formal. Selain itu, ditemukan juga adanya perbedaan strategi yang digunakan dan skema aktif. Model mental adaptif mengacu pada model mental yang mengalami proses adaptasi akomodasi. Ini berbeda dengan karakteristik model mental yang ditemukan oleh beberapa peneliti lain, seperti Bofferding (2014) dan Saçkes (2015). Instruksi soal meminta calon guru matematika untuk menggambar bangun tersebut secara manual dan membaginya menjadi bagian yang sama besar. Pertanyaan soal nomor satu mahasiswa matematika diminta untuk menggambar bangun datar segitiga dan membaginya menjadi empat bagian yang sama besar, kemudian soal nomor dua sesuai dengan instruksi yang sama pada soal nomor 1 diberikan. Setiap hasil gambar dianalisis untuk melihat jenis bangun yang digambar, cara pembagian, dan kesesuaian dengan instruksi. Penelitian ini diawali dengan studi yang bertujuan untuk mengumpulkan data mengenai kemampuan memvisualisasikan serta merepresentasikan bangun datar mahasiswa. Data tersebut diperoleh melalui tes diagnostik yang diberikan kepada mahasiswa.

Hasil Penelitian

Segitiga Sama Sisi

Dari [gambar 2a](#) dan [gambar 2b](#) beberapa mahasiswa menyatakan bahwa segitiga sama sisi dapat dibagi menjadi 4 bagian yang sama besar.

Segitiga sama sisi adalah segitiga yang memiliki tiga sisi dengan panjang yang sama dan jumlah sudut dalam sebesar 180 derajat.



Gambar 2. Respon Mahasiswa terhadap segitiga

[Gambar 2b](#) lebih mendekati bentuk segitiga sama sisi karena ketiga sisinya tampak seimbang, sedangkan [Gambar 2a](#) lebih menyerupai segitiga sama kaki. Pembagian segitiga sama sisi menjadi empat bagian yang sama besar hanya akan tepat jika garis pembagi ditarik dari titik tengah setiap sisi. Meskipun kedua gambar menunjukkan pola pembagian yang serupa, hanya Gambar 2b yang memiliki keakuratan bentuk dan ukuran, sehingga hasilnya lebih tepat.

Mahasiswa cenderung menggambar segitiga sama sisi karena bentuk ini menjadi citra mental prototipe yang paling mudah dikenali, simetris, dan sering digunakan guru sebagai contoh representatif dalam pembelajaran geometri. Penelitian menunjukkan bahwa individu cenderung memilih bentuk yang simetris dan seimbang karena lebih mudah diproses secara kognitif dan tersimpan kuat dalam memori visual (Graeber, dkk., 2025; Zacharos dkk., 2024). Oleh karena itu, dominasi segitiga sama sisi dalam representasi mahasiswa mencerminkan kecenderungan kognitif terhadap simetri dan prototipe visual dalam pembentukan model mental geometri.

Segitiga Sama Kaki

Mahasiswa menyatakan bahwa segitiga sama kaki dapat dibagi menjadi empat bagian yang sama besar berdasarkan gambar yang mereka buat. Segitiga sama kaki sendiri merupakan segitiga yang memiliki dua sisi dengan panjang yang sama.

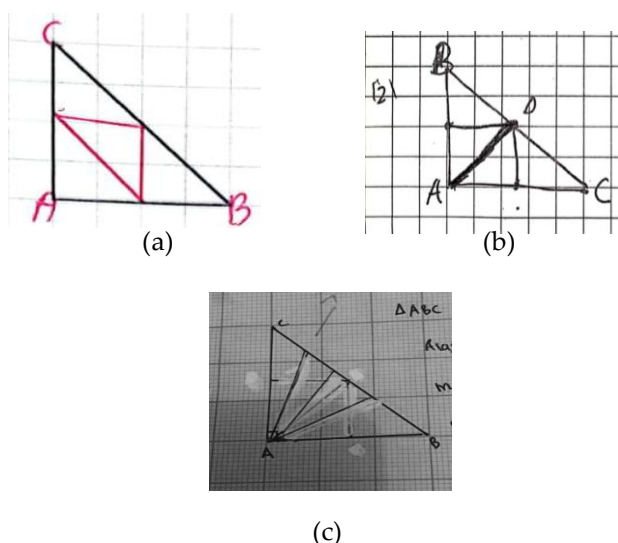
Pada Gambar 2a, mahasiswa mencoba membagi segitiga sama kaki menjadi empat bagian yang sama besar dengan cara membagi setiap sisi menjadi dua bagian yang sama panjang, kemudian

menarik garis dari titik-titik pembagi tersebut. Namun, hasil pembagian tersebut tidak menghasilkan empat segitiga kecil yang benar-benar sama besar. Ketidaktepatan ini disebabkan oleh beberapa faktor berikut: Panjang sisi awal yang tidak sepenuhnya setara, Ketidakseimbangan dalam membagi sisi dasar (AB), dan Penarikan garis pembagi yang tidak mempertimbangkan simetri atau titik berat segitiga.

Akibatnya, pembagian menjadi tidak simetris dan menghasilkan segitiga-segitiga kecil dengan ukuran dan luas yang berbeda. Situasi serupa juga terlihat pada Gambar 1b. Meskipun bentuk segitiga sama kaki yang digunakan sudah lebih tepat secara proporsional, hasil pembagian tetap tidak sepenuhnya sama besar. Hanya dua pasang segitiga kecil yang tampak memiliki ukuran serupa, sementara dua lainnya masih berbeda dari segi luas maupun bentuk. Walaupun segitiga sama sisi adalah prototipe utama, segitiga sama kaki sering muncul sebagai variasi prototipe karena tetap memiliki sifat simetri (dua sisi sama panjang). Jadi, dalam pikiran mahasiswa, bentuk ini masih dianggap “rapi” dan mudah digambar. Jika mahasiswa lebih banyak menggambar segitiga sama kaki, maka mental image yang berperan adalah prototipe alternatif yang menyeimbangkan antara keteraturan (simetri) dan fleksibilitas bentuk. Segitiga sama kaki menjadi citra mental yang kuat karena sering dipakai sebagai contoh dalam pembelajaran konsep tinggi, simetri, dan sifat segitiga.

Segitiga Siku-Siku

Berikut ditampilkan salah satu contoh gambar buatan mahasiswa yang menggunakan segitiga siku-siku ([Gambar 3](#)). Beberapa mahasiswa juga memilih menggambarkan segitiga siku-siku dengan ketentuan bahwa bangun tersebut harus dibagi menjadi empat bagian yang sama besar. Segitiga siku-siku adalah segitiga yang memiliki satu sudut 90 derajat. Sisi yang berhadapan langsung dengan sudut siku-siku disebut hipotenusa, sedangkan dua sisi lainnya disebut sisi-sisi siku-siku.



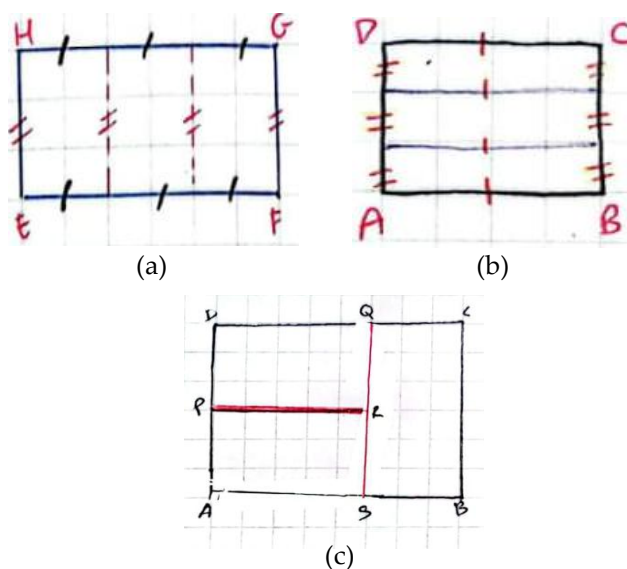
Gambar 3. Respon mahasiswa Segitiga siku-siku

Mahasiswa membagi segitiga setiap sisi menjadi dua bagian yang sama panjang, kemudian menarik garis dari titik-titik pembagi hingga ketiganya bertemu di dalam segitiga. Hasil pembagian membentuk empat segitiga kecil yang serupa secara bentuk, namun tidak sama luas. Dua segitiga yang terletak di sisi hipotenusa memiliki ukuran lebih besar dibandingkan dua lainnya.

Gambar 3b, segitiga juga dibagi menjadi empat bagian, tetapi hasil akhirnya menunjukkan bahwa hanya dua pasang segitiga kecil yang memiliki ukuran serupa, sedangkan dua lainnya berbeda. Dengan demikian, keempat bagian tidak memiliki luas yang sama. Gambar 3c, mahasiswa membagi sudut siku-siku menjadi empat sudut yang sama besar, lalu menarik garis-garis pembagi menuju sisi hipotenusa. Meskipun sudut tampak terbagi secara rata, garis-garis tersebut tidak memotong hipotenusa secara seimbang, sehingga panjang sisi-sisi hasil pembagian menjadi tidak proporsional. Akibatnya, segitiga-segitiga kecil yang terbentuk memiliki ukuran yang berbeda. Mahasiswa yang lebih sering menggambar segitiga siku-siku cenderung memiliki mental image operasional, artinya mereka menghubungkan bentuk segitiga dengan fungsi praktis dalam perhitungan (misalnya Teorema Pythagoras, luas, atau hubungan trigonometri). Mereka berpikir lebih fungsional dan operasional: tidak hanya berpegang

pada bentuk yang simetris atau prototipe “ideal”, tetapi langsung mengaitkan segitiga dengan konsep-konsep matematis yang kuat. Hal ini menandakan orientasi mental image mereka lebih ke arah penggunaan matematis daripada hanya visualisasi bentuk. Desain didaktis sebaiknya menggunakan masalah konflik kognitif agar mahasiswa menyadari keterbatasan mental image mereka, lalu merekonstruksi konsep bahwa sifat segitiga berlaku universal, dan akhirnya mengembangkan fleksibilitas visualisasi dalam memecahkan masalah geometri.

Persegi Panjang

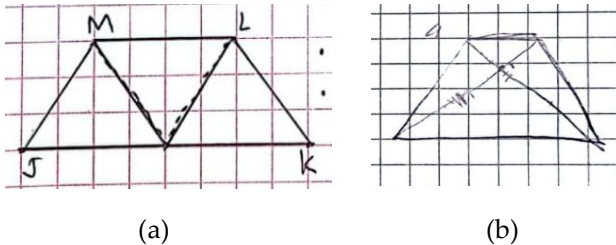


Gambar 4. Respon Mahasiswa terhadap Segiempat.

Gambar 4 mewakili persegi panjang dengan tepat. Gambar 4a dibagi secara vertikal dan ukurannya sama besar. Gambar 4b dibagi secara horizontal dan juga menghasilkan tiga bagian yang sama, meskipun gambarnya kurang rapi. Gambar 4c dibagi secara vertikal dan horizontal, sehingga bagian-bagiannya tidak memiliki ukuran yang seragam. Bagi banyak mahasiswa, persegi panjang tersimpan sebagai citra paling “standar” dari segiempat. Bentuknya sederhana, simetris, dan sering dijadikan contoh utama dalam buku atau penjelasan guru. Persegi panjang menjadi ikon representatif untuk segiempat. Dominasi mahasiswa dipengaruhi oleh mental image prototipe yang terbentuk dari pembelajaran dan pengalaman. Bentuk ini dianggap paling “standar”,

familiar secara visual, dan fungsional secara matematis, sehingga lebih cepat muncul dibanding bentuk segiempat lain seperti belah ketupat, atau segiempat lainnya.

Trapesium



Gambar 5. Respon Mahasiswa terhadap gambar trapesium

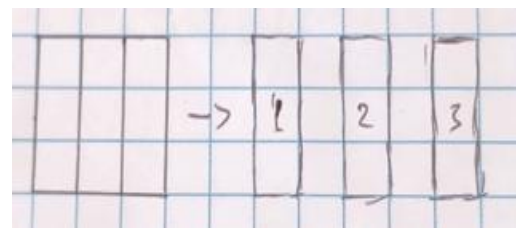
[Gambar 5a](#) dan [Gambar 5b](#) merupakan trapesium yang sesuai. Pada Gambar pertama, mahasiswa memberi nama bangun dan membagi menjadi tiga bagian yang tampak seimbang dengan menarik garis dari sudut M dan L ke tengah alas, membentuk segitiga sama sisi. Sementara itu, Gambar kedua membagi trapesium menjadi empat bagian yang tidak sama besar dan tidak sesuai perintah soal. Trapezium muncul sebagai pilihan karena mahasiswa mulai menyadari bahwa segiempat tidak selalu harus simetris sempurna (seperti persegi panjang atau persegi). Artinya, mental image mereka lebih fleksibel dan tidak hanya terpaku pada prototipe. Jika mahasiswa lebih banyak menggambar trapesium sebagai segiempat, itu menandakan mental image mereka lebih variatif dan fleksibel. Mereka tidak hanya mengandalkan prototipe paling umum (persegi panjang), tetapi juga mampu mengakses bentuk lain yang jarang digunakan. Ini menunjukkan adanya kecenderungan berpikir klasifikatif dan eksploratif dalam memahami konsep segiempat.

Persegi

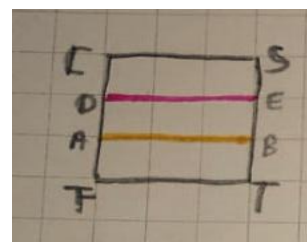
Persegi adalah bangun datar dua dimensi yang memiliki empat sisi sama panjang dan empat sudut siku-siku (90°). Kedua gambar ([Gambar 6](#)) mahasiswa yang mewakili persegi telah sesuai secara bentuk dan penamaan. Pembagian menjadi tiga bagian yang sama besar dilakukan dengan dua cara, yaitu secara horizontal ([Gambar 6b](#)) dan

vertikal ([Gambar 6a](#)). Kedua metode menghasilkan bagian yang tampak sama besar.

Semua mahasiswa yang menggambar persegi menggunakan salah satu dari dua cara tersebut. Mahasiswa memilih persegi, maka mental image yang dominan adalah prototipe ideal yang terbentuk sejak awal pembelajaran matematika. Mahasiswa tipe ini cenderung berorientasi pada kesempurnaan bentuk dan masih melihat konsep segiempat secara “sempit”, belum sepenuhnya variatif. Desain didaktis sebaiknya memuat tugas visualisasi non-prototipe, eksplorasi multi-representasi, integrasi gambar dengan alasan konseptual, serta hadirkan permasalahan konflik kognitif yang menantang prototipe mental mereka. Dengan begitu, mahasiswa akan membangun mental image yang lebih kaya, fleksibel, dan adaptif, sehingga kualitas pemecahan masalah geometri meningkat.



(a)



(b)

Gambar 6. Respons Mahasiswa terhadap persegi

Pembahasan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, ditemukan bahwa representasi visual mahasiswa terhadap bangun datar masih sangat dipengaruhi oleh citra mental prototipe dan strategi pembagian yang belum mempertimbangkan prinsip-prinsip geometris secara tepat. Melalui penerapan desain didaktis berbasis metakognitif, mahasiswa mulai menunjukkan perubahan dalam cara berpikir dan strategi visual mereka.

Dominasi Prototipe dalam Citra Mental Mahasiswa

Hasil awal menunjukkan bahwa mahasiswa cenderung memilih bentuk-bentuk geometri yang bersifat prototipe, seperti segitiga sama sisi dan persegi panjang. Hal ini mencerminkan bahwa citra mental yang dimiliki mahasiswa masih terbatas dan kaku, seperti dijelaskan oleh Rosch (1978), di mana kategori prototipe menjadi representasi yang paling mudah diakses secara kognitif. Preferensi terhadap bentuk yang familiar ini menunjukkan keterbatasan fleksibilitas spasial mahasiswa dalam membayangkan variasi bentuk geometri lain yang lebih kompleks atau non-prototipe.

Sebagian besar mahasiswa menggambar segitiga sama sisi dan segiempat persegi saat diminta menggambarkan bentuk geometri. Hanya sedikit yang memilih bentuk seperti segitiga sembarang atau trapesium, menandakan keterbatasan citra mental terhadap bentuk yang tidak familiar.

Strategi Pembagian yang Kurang Akurat

Pada tahapan awal, sebagian besar mahasiswa menunjukkan ketidakakuratan dalam strategi pembagian bangun datar menjadi bagian yang sama besar. Banyak dari mereka menggunakan strategi simetris sederhana tanpa mempertimbangkan luas geometris secara spasial. Misalnya, dalam membagi segitiga atau trapesium, mahasiswa sering menggunakan pendekatan visual horizontal atau vertikal yang tidak mempertimbangkan titik berat, garis tinggi, atau pusat simetri. Ini menunjukkan kurangnya keterampilan geometri dasar sekaligus rendahnya kesadaran terhadap keakuratan hasil visualisasi.

Banyak mahasiswa menggunakan pembagian simetris tanpa mempertimbangkan luas atau bentuk geometris. Misalnya, pada trapesium, mereka menggunakan garis vertikal seperti pada persegi, sehingga menghasilkan bagian yang tidak seimbang.

Efektivitas Aktivasi Metakognitif

Intervensi melalui pertanyaan reflektif yang diajukan dalam situasi didaktis terbukti menjadi

pemicu penting dalam mengaktivasi metakognisi mahasiswa. Pertanyaan seperti "Mengapa Anda memilih strategi ini?", "Bagaimana Anda tahu bahwa bagian yang Anda buat sama besar?", mendorong mahasiswa untuk memantau, mengevaluasi, dan merevisi strategi mereka sendiri. Aktivasi ini selaras dengan konsep metakognisi menurut Schoenfeld (1987), yang menekankan pentingnya pemantauan strategi berpikir dalam proses pemecahan masalah matematika. Mahasiswa mulai mempertanyakan validitas representasi mereka, menunjukkan kesadaran baru, dan mencoba alternatif strategi pembagian yang lebih tepat secara spasial.

Setelah diberikan pertanyaan reflektif, mahasiswa mulai mempertanyakan akurasi hasil mereka dan mencoba mengembangkan strategi baru. Misalnya, mereka mulai membagi segitiga dari titik tengah sisi atau menggunakan teknik pembagian berdasarkan luas.

Peningkatan Kesadaran Visual dan Strategi

Setelah melalui siklus refleksi, banyak mahasiswa mulai menunjukkan perubahan dalam representasi visual mereka. Beberapa mulai memilih bentuk non-prototipe seperti trapesium dan segitiga sembarang, serta menggunakan teknik pembagian berbasis geometri (misalnya membagi dari titik tengah sisi atau berdasarkan luas). Ini menunjukkan bahwa desain didaktis yang dikembangkan berhasil memfasilitasi transformasi dari representasi visual berbasis intuisi ke strategi berbasis pertimbangan matematis. Dengan demikian, pendekatan metakognitif tidak hanya meningkatkan kesadaran visual, tetapi juga mendukung penguatan keterampilan representasi geometri yang lebih fleksibel dan akurat. Dengan refleksi terstruktur, mahasiswa menunjukkan peningkatan dalam memilih bentuk non-prototipe dan menyusun metode pembagian yang lebih tepat secara spasial.

Penutup

Penelitian ini menunjukkan bahwa representasi visual mahasiswa dalam menggambarkan dan membagi bangun datar masih sangat dipengaruhi oleh citra mental prototipe,

seperti segitiga sama sisi dan persegi panjang. Ketergantungan ini menyebabkan keterbatasan dalam fleksibilitas spasial serta akurasi visualisasi, terutama ketika mahasiswa dihadapkan pada bentuk-bentuk non-prototipe atau diminta melakukan pembagian berdasarkan prinsip geometris.

Desain didaktis berbasis pendekatan metakognitif terbukti efektif dalam mengaktivasi kesadaran mahasiswa terhadap proses berpikir visual mereka. Melalui pertanyaan reflektif dan diskusi terstruktur, mahasiswa mulai mengevaluasi representasi mereka sendiri, mengidentifikasi kelemahan dalam strategi yang digunakan, serta mencoba pendekatan yang lebih tepat secara geometris, seperti pembagian berdasarkan titik tengah atau luas.

Peningkatan ini tidak hanya terlihat pada pilihan bentuk geometri yang lebih bervariasi, tetapi juga pada ketepatan strategi pembagian bangun datar menjadi bagian yang sama besar. Dengan demikian, integrasi pendekatan metakognitif dalam desain pembelajaran geometri dapat memperkaya citra mental mahasiswa, meningkatkan kesadaran visual, serta mendorong kemampuan representasi geometri yang lebih akurat dan fleksibel.

Daftar Pustaka

- Baguley, T., & Payne, S. J. (2000). Long-term memory for spatial and temporal mental models includes construction processes and model structure. *Quarterly Journal of Experimental Psychology Section A: Human Experimental Psychology*, 53(2), 479–512. <https://doi.org/10.1080/713755888>
- Bofferding, L. (2014). Negative integer understanding: Characterizing first graders' mental models. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(2), 194–245. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.45.2.0194>
- Chinnapan, M. (1998). Schemas and Mental Models in Geometry Problem Solving Author (s): Mohan Chinnapan Source: Educational Studies in Mathematics, Vol. 36, No. 3 (Sep., 1998), pp. 201–217 Published by: Springer Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/3482705> REF. 36(3), 201–217. <https://doi.org/10.1023/A:1003134323371>
- Craik, K. J. W. (1967). *The nature of explanation*. Cambridge University Press.
- Duit, R. (1999). Conceptual Change Approaches in Science Education. In W. Schnotz, S. Vosniadou, & M. Carretero (Eds.), *New Perspectives on Conceptual Change* (pp. 263–282). Amsterdam: Pergamon.
- Duit, R., & Treagust, D. F. (2003). Conceptual change: a powerful framework for improving science teaching and learning. *International Journal of Science Education*, 25(6), 671–688. <https://doi.org/10.1080/0950069032000076652>
- English, L. D. (2013). *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203053485>
- Funke, J. (1991). Solving complex problems: Exploration and control of complex systems. In *Complex problem solving: Principles and mechanisms* (Issue January 1991, pp. 185–222). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum. http://archiv.ub.uni-heidelberg.de/volltextserver/volltexte/2008/8158/pdf/Funke_1991_CPS_1.pdf
- Funke, J. (1999). Komplexes Problemlösen: Ein Blick zurück und nach vorne. *Psychologische Rundschau*, 50(4), 194–197.
- Gentner, D., & Gentner, D. R. (1983). Flowing waters or teeming crowds: Mental models of electricity. In *Mental models* (pp. 99–129). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Gentner, D., & Stevens, A. L. (1983). *Mental Models*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Gogus, A. (2013). Evaluating mental models in mathematics: A comparison of methods. *Educational Technology Research and*

- Development, 61(2), 171–195.
<https://doi.org/10.1007/s11423-012-9281-2>
- Graeber, M., Jacobsen, K., & Liu, P. (2025). *Prototype effects and geometric reasoning: The role of symmetry in mental representations of shapes*. *Mathematics Education Research Journal*, 37(2), 215–231.
- Graeber, M., Jacobsen, K., & Liu, P. (2025). Prototype effects and geometric reasoning: The role of symmetry in mental representations of shapes. *Mathematics Education Research Journal*, 37(2), 215–231.
- Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H. S., Ulm, V., & Weigand, H. G. (2020). Basic mental models of integrals: theoretical conception, development of a test instrument, and first results. *ZDM - Mathematics Education*, 2018. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01207-0>
- Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H. S., Ulm, V., & Weigand, H. G. (2022). Mathematics Students' Characteristics of Basic Mental Models of the Derivative. *Journal Fur Mathematik-Didaktik*.
<https://doi.org/10.1007/s13138-022-00207-9>
- Halford, G. S. (1993). *Children's understanding: The development of mental models*. NJ: Lawrence Erlbaum.
- Holland, J. H., Holyoak, K. J., Nisbett, R. E., & Thagard, P. R. (1986). *Induction: Processes of inference, learning, and discovery*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Hoosain, E. (2004). What Are Mathematical Problems? *Humanistic Mathematics Network Journal*, 1(27), 1–8.
<https://doi.org/10.5642/hmnj.200401.27.12>
- Ifenthaler, D., Pirnay-Dummer, P., & Spector, J. M. (2008). Understanding models for learning and instruction. In *Understanding Models for Learning and Instruction*.
<https://doi.org/10.1007/978-0-387-76898-4>
- Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental models*. Cambridge University Press.
- Johnson-Laird, P. N., & Byrne, R. M. J. (1993). *Précis of Deduction*. Behavioral and Brain Sciences, 16(2), 323–383.
<https://doi.org/10.1017/S0140525X00030260>
- Johnson, R. B., & Christensen, L. (2020). *Education Reserach: Quantitative, Qualitative, and Mixed Approahes*. SAGE.
- Jones, N. A., Ross, H., Lynam, T., Perez, P., & Leitch, A. (2011). Mental models: An interdisciplinary synthesis of theory and methods. *Ecology and Society*, 16(1).
<https://doi.org/10.5751/ES-03802-160146>
- Justi, R., & Gilbert, J. (2000). History and philosophy of science through models: Some challenges in the case of 'the atom.' *International Journal of Science Education*, 22(9), 993–1009.
<https://doi.org/10.1080/095006900416875>
- Kahneman, D., & Tversky, A. (1982). *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases*. Cambridge University Press.
<https://www.ptonline.com/articles/how-to-get-better-mfi-results>
- Kildan, A. O., Altan, M., & Ahi, B. (2013). Mental Models of School for Preschool Children. *European Journal of Educational Research*, 2(2), 97–105. <https://doi.org/10.12973/euler.2.2.97>
- Kosslyn, S. M. (1994). *Image and Brain: The Resolution of the Imagery Debate*. MIT Press.
- Lin, J. W. (2017). A cross-grade study validating the evolutionary pathway of student mental models in electric circuits. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(7), 3099–3137.
<https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00707a>
- Moutinho, S., Moura, R., & Vasconcelos, C. (2017). Contributions of Model-Based Learning to the Restructuring of Graduation Students' Mental Models on Natural Hazards. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(7), 3043–3068.
<https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00704a>

- Nersessian, N. J. (1992). In the Theoretician's Laboratory: Thought Experimenting as Mental Modeling. Proceedings of the Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association, 2, 291–301. <http://www.jstor.org/stable/192843>
- Norman, D. A., Gentner, D., & Stevens, A. L. (1983). Some Observations on Mental Models. In *Mental models* (pp. 7–14). Psychology Press.
- Oleson, K. E., Sims, V. K., Chin, M. G., Lum, H. C., & Sinatra, A. (2010). Developmental Human Factors: Children's Mental Models of Computers. Proceedings of the Human Factors and Ergonomics Society Annual Meeting, 54(19), 1450–1453. <https://doi.org/10.1177/154193121005401920>
- Piaget, J. (1954). *The Construction of Reality in the Child*. Routledge.
- Posamentier, A. S., & Krulik, S. (2008). *Problem-solving strategies for efficient and elegant solutions*. Corwin press.
- Radvansky, G., & Zacks, J. M. (2012). Event Perception. February, 1–17. <https://doi.org/10.1002/wcs.133>
- Rouse, W. B., & Morris, N. M. (1986). On looking into the black box: Prospects and limits in the search for mental models. *Psychological Bulletin*, 100(3), 349–363. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.100.3.349>
- Rosch, E. (1978). Principles of categorization. In E. Rosch & B. B. Lloyd (Eds.), *Cognition and categorization* (pp. 27–48). Lawrence Erlbaum
- Saçkes, M. (2015). Kindergartners' Mental Models of the Day and Night Cycle: Implications for Instructional Practices in Early Childhood Classrooms. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 15(4), 997–1006. <https://doi.org/10.12738/estp.2015.4.2741>
- Santhanam, R., & Sein, M. K. (1994). Improving End-user Proficiency: Effects of Conceptual Training and Nature of Interaction. *Information Systems Research*, 5(4), 378–399. <https://www.jstor.org/stable/23010603>
- Schnotz, W. (1998). Conceptual Change. In *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (pp. 55–59). Weinheim: Beltz.
- Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 189–215). Lawrence Erlbaum
- Seel, N. M. (1991). *Weltwissen und mentale Modelle*. Göttingen: Hogrefe.
- Seel, N. M. (2001). Epistemology, situated cognition, and mental models: 'Like a bridge over troubled water'. *Instructional Science*, 29(4–5), 403–427. <https://www.jstor.org/stable/41953562>
- Spangenberg, E. D., & Pithmajor, A. K. (2020). Grade 9 mathematics learners' strategies in solving number-pattern problems. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 16(7). <https://doi.org/10.29333/EJMSTE/8252>
- Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). The development of students' understanding of the numerical value of fractions. *Learning and Instruction*, 14(5), 503–518. <https://doi.org/10.1016/J.LEARNINSTRUC.2004.06.015>
- Stark, R. (2003). Conceptual Change: kognitiv oder situativ? *Zeitschrift Fur Padagogische Psychologie - Z PADAGOG PSYCHOL.*, 17, 133–144. <https://doi.org/10.1024/1010-0652.17.2.133>
- Sternberg, R. J., & Sternberg, K. (2016). *Cognitive Psychology* (7th ed.). Wadsworth, Cengage Learning.
- Subanji, S., & Nusantara, T. (2016). Thinking Process of Pseudo Construction in Mathematics Concepts. *International Education Studies*, 9(2), 17. <https://doi.org/10.5539/ies.v9n2p17>
- Turk, C., Kalakan, H., Kiroglu, K., & Iskeleli, N. O. (2015). Elementary School Students' Mental Models about Formation of Seasons: A Cross Sectional Study. *Journal of Education and Learning*, 5(1), 7. <https://doi.org/10.5539/jel.v5n1p7>
- van Ments, L., & Treur, J. (2022). *Dynamics, Adaptation and Control for Mental Models*:

A Cognitive Architecture. In *Mental Models and Their Dynamics, Adaptation, and Control* (pp. 3–26). Springer, Cham.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-85821-6_1

Vandenbosch, B., & Higgins, C. (1996). Information Acquisition and Mental Models: An Investigation into the Relationship between Behaviour and Learning. *Information Systems Research*, 7(2), 198–214.
<https://doi.org/10.1287/isre.7.2.198>

Zacharos, K., Stylianou, D., & Santi, G. (2024). *Visual symmetry and cognitive processing in geometric reasoning tasks*. *Education Sciences*, 14(12), 1402.