



SEMNAS PENABIO

SEMINAR NASIONAL HASIL RISET DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT BIOLOGI
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN BIOLOGI UNIVERSITAS INDRAPRASTA PGRI



ANALISIS PEMBELAJARAN KALKULUS: MENGIDENTIFIKASI KESALAHAN MAHASISWA DALAM PENERAPAN TEORI RADATZ PADA MATERI INTEGRAL TENTU

Titin Supriyatin^{1*}, Noni Selvia², Syafa'atun³

^{1,2,3} Universitas Indraprasta PGRI, Jakarta

*Email korespondensi: titinsupriyatin06@gmail.com

ABSTRAK

Kalkulus merupakan mata kuliah inti yang berperan penting dalam mengembangkan kemampuan berpikir logis, analitis, dan kritis mahasiswa, khususnya pada topik integral tentu yang kerap menimbulkan kesulitan. Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi dan menganalisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral tentu dengan menggunakan kerangka Teori Radatz, yang mengklasifikasikan kesalahan ke dalam lima kategori: kesalahan konsep, prosedur, transformasi, bahasa, dan kecerobohan. Metode penelitian yang digunakan adalah deskriptif kualitatif dengan subjek 30 mahasiswa semester II Program Studi Pendidikan Biologi di salah satu universitas di Jakarta. Data dikumpulkan melalui tes uraian dan wawancara, kemudian dianalisis secara kuantitatif dan kualitatif. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kesalahan konseptual (35%) dan prosedural (30%) mendominasi, diikuti kesalahan transformasi (15%), bahasa (10%), dan kecerobohan (10%). Penyebab utama kesalahan meliputi kurangnya pemahaman konsep dasar integral tentu, lemahnya keterampilan aljabar, ketidaktepatan prosedural, serta faktor non-kognitif seperti terburu-buru dan kecemasan. Temuan ini menegaskan pentingnya penguatan pemahaman konseptual yang diintegrasikan dengan latihan prosedural bertahap untuk meminimalkan kesalahan. Penelitian ini diharapkan dapat menjadi referensi bagi pendidik dalam merancang strategi pembelajaran kalkulus yang lebih efektif dan tepat sasaran.

Kata kunci: Analisis, Kesalahan Mahasiswa, Teori Radatz, Integral Tentu



SEMNAS PENABIO

SEMINAR NASIONAL HASIL RISET DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT BIOLOGI
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN BIOLOGI UNIVERSITAS INDRAPRASTA PGRI



PENDAHULUAN

Kalkulus merupakan salah satu mata kuliah inti yang sangat penting dalam pendidikan matematika. Kalkulus yang memegang peranan penting dalam membentuk kemampuan berpikir logis, analitis, dan kritis mahasiswa. Salah satu topik yang sering menimbulkan kesulitan adalah materi integral tentu, yang tidak hanya memerlukan penguasaan konsep matematis, tetapi juga kemampuan menghubungkan konsep tersebut dengan prosedur penyelesaian masalah. Kesalahan dalam memahami dan mengaplikasikan konsep integral tentu dapat berdampak pada kesalahan perhitungan dan penalaran matematis yang berkelanjutan.

Fenomena kesulitan belajar pada topik integral tentu banyak dialami oleh mahasiswa di berbagai perguruan tinggi, baik yang berasal dari latar belakang pendidikan matematika maupun non-matematika. Mahasiswa kerap melakukan kesalahan pada tahap memahami soal, menerapkan prosedur, hingga menarik kesimpulan. Kesalahan-kesalahan ini dapat dianalisis menggunakan kerangka teori kesalahan belajar, salah satunya adalah Teori Radatz, yang memfokuskan pada pengklasifikasian jenis kesalahan berdasarkan sumber terjadinya.

Teori Radatz mengkategorikan kesalahan belajar matematika ke dalam beberapa jenis, antara lain kesalahan konseptual, kesalahan prosedural, kesalahan transformasi, kesalahan dalam memahami bahasa soal, serta kesalahan karena kecerobohan. Teori ini telah banyak digunakan dalam penelitian untuk mengidentifikasi letak permasalahan siswa maupun mahasiswa dalam mempelajari matematika. Namun, penelitian yang mengaplikasikan teori ini secara spesifik pada topik integral tentu masih terbatas.

Beberapa penelitian terdahulu menunjukkan bahwa kesalahan konseptual pada topik integral tentu umumnya terjadi karena mahasiswa tidak memahami makna integral sebagai limit sebagai luas daerah di bawah kurva (Rahmawati, N., & Mulyono, 2020). Kesalahan prosedural juga banyak ditemukan, misalnya ketika mahasiswa salah dalam menerapkan aturan integral atau salah dalam menentukan batas integral (Suharto, 2019).

Sejalan dengan penelitian oleh (Anwar, R., & Fitriani, 2021) menemukan bahwa kesalahan transformasi sering terjadi saat mahasiswa mengubah bentuk fungsi sebelum diintegrasikan. Kesalahan ini biasanya disebabkan oleh kelemahan dalam manipulasi aljabar. Kesalahan membaca atau memahami bahasa soal juga ditemukan pada mahasiswa yang tidak terbiasa dengan variasi representasi masalah, misalnya soal kontekstual yang memerlukan penerjemahan ke bentuk matematis.

Penelitian-penelitian tersebut memberikan gambaran umum tentang sumber kesalahan mahasiswa dalam pembelajaran kalkulus. Namun, sebagian besar studi cenderung mengidentifikasi kesalahan secara umum tanpa memfokuskan pada penerapan Teori Radatz secara mendalam. Padahal, penggunaan kerangka teori yang sistematis dapat membantu pendidik merancang strategi pembelajaran yang lebih tepat sasaran.

Kebaruan dalam kajian ini terletak pada penerapan Teori Radatz secara komprehensif untuk menganalisis kesalahan mahasiswa pada materi integral tentu. Penelitian ini tidak hanya mengklasifikasikan kesalahan, tetapi juga mengaitkannya dengan sumber terjadinya kesalahan sesuai kategori Radatz. Pendekatan ini



SEMNAS PENABIO

SEMINAR NASIONAL HASIL RISET DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT BIOLOGI
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN BIOLOGI UNIVERSITAS INDRAPRASTA PGRI



diharapkan dapat memberikan gambaran yang lebih jelas tentang titik-titik kritis dalam proses belajar mahasiswa. Selain itu, penelitian ini menekankan pada analisis kesalahan berdasarkan data jawaban mahasiswa yang diambil secara langsung dari hasil tes tertulis. Analisis ini dilengkapi dengan interpretasi kualitatif untuk memahami alasan di balik kesalahan tersebut. Dengan demikian, penelitian ini tidak hanya mendeskripsikan jenis kesalahan, tetapi juga mencoba menelusuri akar penyebabnya.

Pendekatan ini relatif jarang dilakukan pada kajian integral tentu di tingkat pendidikan tinggi. Sebagian penelitian terdahulu berhenti pada tahap klasifikasi tanpa menelusuri penyebab mendasar kesalahan. Oleh karena itu, penelitian ini memberikan kontribusi baru dengan memadukan analisis kuantitatif dan kualitatif berdasarkan kerangka Teori Radatz.

Berdasarkan latar belakang tersebut, permasalahan utama dalam penelitian ini adalah: (1) jenis kesalahan apa saja yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral tentu, (2) bagaimana distribusi frekuensi kesalahan tersebut berdasarkan Teori Radatz, dan (3) faktor-faktor apa yang menjadi penyebab utama kesalahan mahasiswa. Adapun hipotesis yang diajukan adalah bahwa sebagian besar kesalahan mahasiswa berada pada kategori kesalahan prosedural dan konseptual, sesuai dengan temuan penelitian sebelumnya.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengidentifikasi dan menganalisis kesalahan mahasiswa dalam pembelajaran integral tentu menggunakan kerangka Teori Radatz. Analisis ini diharapkan dapat memberikan gambaran yang jelas mengenai pola kesalahan yang terjadi, sehingga dapat menjadi dasar perbaikan strategi pembelajaran kalkulus di perguruan tinggi. Secara khusus, penelitian ini bertujuan untuk: (1) mengklasifikasikan kesalahan mahasiswa pada materi integral tentu berdasarkan kategori Teori Radatz, (2) mengidentifikasi sumber kesalahan tersebut, dan (3) memberikan rekomendasi strategi pembelajaran yang dapat meminimalkan terjadinya kesalahan serupa di masa mendatang. Dengan demikian, penelitian ini diharapkan dapat menjadi referensi bagi dosen dan peneliti dalam mengembangkan metode pengajaran yang lebih efektif.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan deskriptif kualitatif untuk mengidentifikasi kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal *integral tentu* berdasarkan Teori Radatz. Subjek penelitian adalah 30 mahasiswa semester II yang mengikuti mata kuliah kalkulus integral semester genap tahun 2024/2025 Program Studi Pendidikan biologi di salah satu universitas di Jakarta. Pemilihan subjek menggunakan teknik *purposive sampling*. Instrumen penelitian berupa tes uraian berisi lima soal integral tentu yang dirancang untuk memunculkan berbagai jenis kesalahan menurut Teori Radatz, serta pedoman wawancara untuk menggali penyebab kesalahan.

Pengumpulan data dilakukan melalui tes tertulis dan wawancara. Analisis data meliputi: (1) identifikasi kesalahan pada jawaban mahasiswa, (2) klasifikasi kesalahan ke dalam lima kategori Radatz (konsep, prosedural, transformasi, bahasa, dan kecerobohan), dan (3) penelusuran penyebab kesalahan berdasarkan hasil wawancara.



SEMNAS PENABIO

SEMINAR NASIONAL HASIL RISET DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT BIOLOGI
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN BIOLOGI UNIVERSITAS INDRAPRASTA PGRI



HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan analisis jawaban mahasiswa pada tes materi integral tentu, ditemukan bahwa sebagian besar mahasiswa mengalami kesalahan yang dapat dikategorikan menurut Teori Radatz. Dari 30 mahasiswa yang menjadi subjek penelitian, identifikasi menunjukkan lima kategori kesalahan, yaitu kesalahan konsep, kesalahan prosedur, kesalahan transformasi, kesalahan bahasa, dan kesalahan kecerobohan. Distribusi frekuensi menunjukkan bahwa kesalahan konsep mendominasi, diikuti oleh kesalahan prosedur, sedangkan kesalahan bahasa dan kecerobohan memiliki proporsi yang lebih kecil.



Gambar 1. Diagram lingkaran distribusi jenis kesalahan mahasiswa berdasarkan Teori Radatz

Berdasarkan analisis terhadap jawaban mahasiswa pada soal-soal integral tentu, ditemukan bahwa kesalahan terjadi pada berbagai tahapan penyelesaian, mulai dari pemahaman konsep hingga penerapan prosedur perhitungan. Hasil pengelompokan menggunakan Teori Radatz menunjukkan bahwa:

1. Kesalahan Konsep

Kesalahan ini merupakan kategori yang paling mendominasi, terutama dalam pemahaman konsep dasar. Misalnya, mahasiswa mungkin salah memahami definisi integral tentu, seperti menganggap integral sebagai hanya sekadar proses menghitung luas tanpa memahami makna geometrisnya. Hal ini dapat menghambat pemahaman yang lebih dalam tentang aplikasi integral dalam konteks yang lebih luas. Hal ini terlihat dari jawaban mahasiswa sebagai berikut :



SEMNAS PENABIO

SEMINAR NASIONAL HASIL RISET DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT BIOLOGI
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN BIOLOGI UNIVERSITAS INDRAPRASTA PGRI



5. Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2$ dan garis $y = 4x$
Penyelesaian :

$$\begin{aligned} x^2 &= 4x \\ x^2 - 4x &= 0 \\ x(x - 4) &= 0 \\ x &= 0 \vee x = 4 \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} L &= \int_a^b f(x) - g(x) dx \\ &= \int_0^4 (4x - x^2) dx \\ &= \int_0^4 -x^2 + 4x dx \\ &= -\frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{2}x^2 \Big|_0^4 \\ &= \left(-\frac{1}{3}(4)^3 + \frac{4}{2}(4)^2\right) - \left(-\frac{1}{3}(0)^3 + \frac{4}{2}(0)^2\right) \\ &= \left(-\frac{1}{3}(64) + 2(16)\right) + \left(-\frac{1}{3} + 2\right) \\ &= -\frac{64}{3} + 32 - \left(-\frac{1}{3}\right) + 2 \\ &= -\frac{64}{3} + 32 + \frac{1}{3} + 2 \\ &= \frac{-63}{3} + 34 \\ &= \frac{-63 + 102}{3} \\ &= \frac{39}{3} \text{ satuan luas} \end{aligned}$$

Gambar 2. Jawaban mahasiswa soal nomor 5

Analisis kesalahan pada jawaban yang terdapat dalam gambar 2 tersebut menunjukkan beberapa aspek penting terkait pemahaman integral. Pertama, kesalahan konsep sering kali muncul dari pemahaman yang kurang mengenai definisi integral, yang berfungsi untuk menghitung luas daerah di bawah kurva. Jika mahasiswa tidak menyadari bahwa integral merupakan penjumlahan tak terhingga dari area kecil, mereka mungkin membuat kesalahan dalam penetapan batas atau fungsi yang diintegrasikan. Selain itu, penting untuk memahami titik perpotongan antara kurva $y = x^2$ dan $y = 4x$, karena kesalahan dalam menentukan batas integrasi dapat menghasilkan hasil yang salah. Kesalahan juga dapat terjadi akibat ketidakakuratan dalam penggunaan notasi, seperti tidak mencantumkan batas integral dengan benar atau salah menafsirkan simbol integral. Terakhir, pemahaman yang kurang tentang teorema dasar, termasuk Teorema inti dari Kalkulus, dapat mengakibatkan mahasiswa kesulitan menghubungkan antara fungsi dan area yang dihitung. Oleh karena itu, memperkuat pemahaman tentang dasar-dasar kalkulus, termasuk pemahaman visual dan penetapan batas integral, sangat penting untuk mengurangi kemungkinan kesalahan dalam pemecahan masalah di masa depan.

2. Kesalahan Prosedural

Kesalahan prosedural terjadi ketika mahasiswa melakukan kesalahan dalam langkah-langkah perhitungan. Contohnya, salah menerapkan aturan integral, menggunakan teknik substitusi yang tidak tepat, atau salah dalam menentukan batas integral. Kesalahan ini dapat mengakibatkan hasil akhir yang salah meskipun pemahaman konsepnya sudah benar. Hal ini bisa terlihat dari salah satu jawaban mahasiswa sebagai berikut :



SEMNAS PENABIO

SEMINAR NASIONAL HASIL RISET DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT BIOLOGI
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN BIOLOGI UNIVERSITAS INDRAPRASTA PGRI



3. Hitunglah integral berikut dengan menggunakan metode substitusi

$$\int_0^1 2x (x^2 + 1)^5 dx$$

Penyelesaian :

Misal :

$$u = x^2 + 1$$
$$du = 2x dx$$
$$\frac{du}{2x} = dx$$
$$\left. \begin{array}{l} x=0 \rightarrow u=0^2+1 \\ \quad \quad \quad = 1 \\ x=1 \rightarrow u=1^2+1 \\ \quad \quad \quad = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \int_1^2 2x \cdot u^5 \cdot \frac{du}{2x} \\ = \int_1^2 u^5 du \\ = \left[\frac{1}{6} u^6 \right]_1^2 \\ = \frac{1}{6} (2^2+1)^5 - \frac{1}{6} (1^2+1)^5 \\ = \frac{1}{6} (5)^5 - \frac{1}{6} (2)^5 \end{array}$$

Gambar 3. jawaban mahasiswa soal nomor 3

Analisis kesalahan prosedural dalam jawaban yang terdapat dalam gambar 3 menunjukkan beberapa masalah dalam langkah-langkah perhitungan. Yang Pertama adalah saat mahasiswa melakukan substitusi $u=x^2+1$, mereka harus memastikan bahwa diferensialnya adalah du sudah dihitung dengan benar. Dalam hal ini, $du=2x dx$ tetapi jika substitusi tidak diterapkan dengan tepat, ini dapat mengakibatkan kesalahan pada langkah berikutnya.

Yang Kedua adalah mahasiswa harusnya tidak mencantumkan batas baru yang sesuai setelah melakukan substitusi. Batas integral awal dari $x=0$ dan $x=1$. Jadi tidak perlu diubah sesuai dengan substitusi yang dilakukan, yaitu dengan menghitung u pada batas tersebut. Jika batas tidak diperbarui, hasil akhir dari integral juga akan salah.

Selanjutnya adalah dalam perhitungan integral, jika ada kesalahan dalam penerapan rumus integral atau dalam langkah-langkah aritmetika sederhana, hal ini juga akan berkontribusi pada kesalahan prosedural. Pada gambar mahasiswa tidak menghitung hasil akhir dari soal integral, jika dilanjutkan menghitung hasil akhir juga maka hasil akhirnya juga akan keliru.

Jadi Secara keseluruhan, kesalahan prosedural ini dapat mengakibatkan hasil yang salah meskipun pemahaman konsep dasar mungkin sudah benar. Mengoreksi langkah-langkah perhitungan dan memastikan bahwa semua substitusi dan batas integral dengan benar adalah kunci untuk mencapai hasil yang tepat.

3. Kesalahan Transformasi

Kesalahan ini muncul ketika mahasiswa tidak dapat menyederhanakan fungsi sebelum diintegrasikan. Misalnya, mahasiswa mungkin kesulitan dalam mengubah bentuk fungsi yang kompleks menjadi bentuk yang lebih sederhana yang lebih mudah untuk diintegrasikan. Hal ini dapat membuat proses perhitungan menjadi lebih sulit dan berpotensi mengarah pada kesalahan. Hal ini bisa terlihat dari salah satu jawaban mahasiswa pada gambar berikut:



SEMNAS PENABIO

SEMINAR NASIONAL HASIL RISET DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT BIOLOGI
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN BIOLOGI UNIVERSITAS INDRAPRASTA PGRI

I



2. Hitunglah hasil integral dari $\int_1^2 x^3 - 4x^2 + 6 dx$

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 6x \right]_1^2 &= \left(\frac{1}{4}(2)^4 - \frac{4}{3}(2)^3 + 6(2) \right) - \left(\frac{1}{4}(1)^4 - \frac{4}{3}(1)^3 + 6(1) \right) \\ &= \left(\frac{1}{4} \cdot 16 - \frac{4}{3} \cdot 8 + 12 \right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{4}{3} + 6 \right) \\ &= 4 - \frac{32}{3} + 12 - \left(\frac{3}{12} - \frac{16}{12} + 6 \right) \\ &= 4 - \frac{32}{3} + 12 - \left(-\frac{13}{12} + 6 \right) \\ &= -\frac{32}{3} + \frac{13}{12} + 6 + 12 + 4 \\ &= \frac{-128 + 13}{12} + 22 = \frac{-115}{12} + \frac{22}{1} = \frac{-115 + 264}{12} = \frac{149}{12} \end{aligned}$$

Gambar 4. Jawaban mahasiswa soal nomor 2

Analisis kesalahan transformasi jawaban pada gambar 4 tersebut dimulai dengan memeriksa langkah-langkah dalam menghitung integral yang diberikan, yaitu $\int_1^2 x^3 - 4x^2 + 6 dx$ sudah dilakukan dengan benar, sehingga diperoleh bentuk tak tentu $\frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 6x$. Namun, kesalahan muncul pada tahap substitusi batas bawah. Saat mensubstitusikan $x=1$ ke dalam bentuk hasil integrasi, bagian pertama yang seharusnya $\frac{1}{4}(1)^4$ justru ditulis menjadi $\frac{1}{4}(1)^2$. Perubahan pangkat dari 4 menjadi 2 ini merupakan kesalahan transformasi atau penyalinan bentuk fungsi antiturunan yang tidak konsisten dengan hasil integrasi sebelumnya. Walaupun pada akhirnya hasil akhir yang dihitung tetap $\frac{149}{12}$, kebenaran ini terjadi secara kebetulan karena kesalahan hitung di tahap berikutnya saling menutupi dampak kesalahan transformasi tersebut. Tetap saja, secara prosedural, kesalahan ini cukup signifikan karena berpotensi menghasilkan jawaban akhir yang salah apabila terjadi pada soal yang berbeda. Dengan demikian, meskipun hasil akhirnya tepat, langkah-langkah yang benar perlu tetap diikuti untuk menjaga logika dan akurasi perhitungan integral tentu.

4. Kesalahan Bahasa

Kesalahan bahasa terjadi ketika mahasiswa salah menafsirkan simbol atau notasi matematika. Misalnya, penafsiran yang keliru terhadap simbol integral atau batas mungkin menyebabkan kesalahan dalam memahami apa yang sebenarnya diminta dalam soal. Ini menunjukkan pentingnya pemahaman terhadap notasi yang digunakan dalam matematika. Hal ini bisa terlihat dari salah satu jawaban dari mahasiswa pada gambar sebagai berikut:



SEMNAS PENABIO

SEMINAR NASIONAL HASIL RISET DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT BIOLOGI
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN BIOLOGI UNIVERSITAS INDRAPRASTA PGRI



4. Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh garis $y=2x$ terhadap sumbu x , $1 \leq x \leq 4$
Penyelesaian :

$$\begin{aligned} L &= \int_a^b 2x \, dx \\ &= \int_4^1 2x \, dx \\ &= \int_4^1 \frac{2}{2} x^2 \, dx \\ &= x^2 \Big|_4^1 \\ &= (1^2) - (4^2) \\ &= 1 - 16 \\ &= -15 \text{ satuan luas} \end{aligned}$$

Gambar 5. Jawaban mahasiswa soal nomor 4

Analisis kesalahan bahasa jawaban pada gambar 5 tersebut dimulai Dalam langkah pengerjaan, penulisan batas integral $\int_4^1 2x \, dx$ tertukar urutannya dari batas bawah ke batas atas, yang kemudian menghasilkan tanda negatif pada jawaban akhir. Secara bahasa matematika, urutan batas integral yang benar seharusnya mengikuti ketentuan dari a ke b dengan $a < b$ agar interpretasinya lebih tepat. Selain itu, Pada hasil akhir tertulis -15 satuan luas, padahal secara konsep luas bernilai positif. Penyampaian yang baik adalah menulis “Luas daerah adalah 15 satuan luas” sambil menjelaskan bahwa tanda negatif timbul akibat batas integral yang terbalik. Terakhir, penggunaan tanda kurung dalam substitusi batas tidak konsisten, yang dapat mengurangi kejelasan pembacaan langkah perhitungan. Dengan perbaikan penulisan dan narasi yang tepat, solusi akan lebih jelas dan terstruktur secara bahasa maupun kaidah matematika.

5. Kesalahan Kecerobohan

Kesalahan kecerobohan terlihat pada kesalahan aritmatika sederhana, seperti salah menuliskan angka atau tanda. Kesalahan ini sering kali tidak disadari dan dapat terjadi di berbagai tahap perhitungan. Meskipun tampaknya sepele, kesalahan ini dapat berakibat fatal terhadap hasil akhir. hal ini bisa terlihat dari salah satu jawaban mahasiswa seperti gambar sebagai berikut:

No	Soal
1	Tentukan hasil integral dari $\int_0^3 2x^2 + 3x + 1 \, dx = \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 1x$ Penyelesaian : $= \left(\frac{2}{3}(3)^3 + \frac{3}{2}(3)^2 + 1(3) \right) - \left(\frac{2}{3}(0)^3 + \frac{3}{2}(0)^2 + 1(0) \right)$ $= \left(\frac{54}{3} + \frac{27}{2} + 1 \right) - (0 + 0 + 0)$ $= \frac{108}{6} + \frac{81}{6} + \frac{6}{6} = \frac{195}{6}$ $= \frac{65}{2}$

Gambar 6. Jawaban mahasiswa soal nomor 1

Analisis kesalahan jawaban pada gambar 6 tersebut adalah kesalahan yang terjadi lebih bersifat kecerobohan dalam penulisan dan penyajian, bukan



SEMNAS PENABIO

SEMINAR NASIONAL HASIL RISET DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT BIOLOGI
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN BIOLOGI UNIVERSITAS INDRAPRASTA PGRI



pada hasil akhirnya. Pertama, hasil integral tak tentu memang sudah benar, namun penulis langsung melompat ke proses substitusi batas tanpa menuliskan notasi $[]^3_0$ secara konsisten. Hal ini dapat membingungkan pembaca karena tidak jelas di mana proses evaluasi batas dimulai. Kedua, pada tahap konversi pecahan, nilai $\frac{54}{3}$ diubah menjadi $\frac{108}{6}$ agar memiliki penyebut sama, tetapi langkah ini tidak ditunjukkan secara terstruktur sehingga berpotensi menimbulkan persepsi adanya perubahan nilai. Ketiga, saat menyederhanakan $\frac{195}{6}$ menjadi $\frac{65}{2}$, penulis tidak memperlihatkan proses pembagian pembilang dan penyebut dengan angka yang sama, sehingga terjadi lompatan perhitungan yang tidak terdokumentasi. Terakhir, tidak ada pengecekan atau interpretasi terhadap hasil akhir, padahal untuk integral tentu fungsi positif seharusnya memberikan nilai positif. Ketidadaan langkah ini membuat kemungkinan kesalahan tanda atau evaluasi batas tidak terdeteksi. Secara keseluruhan, meskipun nilai akhir yang diperoleh benar, penyelesaian ini mengandung kecerobohan pada aspek notasi, konsistensi langkah, dan transparansi proses perhitungan.

Selain menganalisis kesalahan mahasiswa berdasarkan teori radatz, peneliti juga menelusuri penyebab kesalahan berdasarkan hasil wawancara. berikut ringkasan hasil wawancara dari 30 responden.

Tabel.1 Ringkasan hasil wawancara

Jenis Kesalahan	Persentase	Jumlah Mahasiswa	Contoh Jenis Kesalahan	Faktor Penyebab
Kesalahan Konsep	35.0%	10	1. Salah memahami teori dasar	1. Kurangnya pemahaman tentang konsep dasar
			2. Mengabaikan asumsi penting	2. Tidak memperhatikan informasi yang diberikan
			3. Menggunakan rumus yang salah	3. Kebiasaan tidak memeriksa rumus yang digunakan
Kesalahan Prosedur	30.0%	9	1. Tidak mengikuti langkah-langkah yang benar	1. Terburu-buru saat mengerjakan
			2. Melewatkan tahap penting	2. Kurangnya perhatian terhadap detail
			3. Tidak mematuhi urutan prosedur	3. Ketidaktahuan tentang urutan langkah
Kesalahan Transformasi	15.0%	5	1. Salah dalam merubah variabel (misal: tidak mengubah batas integral saat substitusi)	1. Kebingungan saat melakukan substitusi



SEMNAS PENABIO

SEMINAR NASIONAL HASIL RISET DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT BIOLOGI
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN BIOLOGI UNIVERSITAS INDRAPRASTA PGRI

I



			2. Mengabaikan tanda negatif saat mengintegrasi	2. Tidak memahami sifat-sifat fungsi
			3. Salah dalam mengaplikasikan rumus dasar integral	3. Tidak hafal rumus integral yang relevan
Kesalahan Kecerobohan	10.0%	3	1. Tertukar dalam penulisan nama 2. Salah memasukkan angka 3. Terlupa menambahkan detail penting	1. Ketidakjelasan saat menyalin atau mencatat 2. Kurangnya ketelitian dalam perhitungan 3. Keterbatasan waktu atau tekanan saat ujian
Kesalahan Bahasa	10.0%	3	1. Salah dalam penulisan langkah-langkah integral (misal: salah menulis batas integral) 2. Kesalahan dalam penggunaan simbol (misal: salah menulis $\int$) 3. Penjelasan verbal yang tidak jelas tentang langkah penyelesaian	1. Kurangnya pemahaman tentang notasi matematis 2. Ketidaktahuan tentang simbol-simbol yang digunakan 3. Kebiasaan tidak berlatih menjelaskan solusi

Berdasarkan hasil wawancara, penyebab utama kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral tentu berkaitan dengan kurangnya pemahaman konsep dasar. Sebagian besar mahasiswa belum memahami integral tentu sebagai luas daerah di bawah kurva atau sebagai bentuk akumulasi, sehingga mereka sering menyamakan hasil integral tentu dengan integral tak tentu yang berbentuk fungsi. Kesalahan ini sejalan dengan temuan (Farhan & Zulkarnain, 2019) yang menjelaskan bahwa pemahaman yang keliru tentang konsep integral merupakan salah satu hambatan terbesar dalam pembelajaran kalkulus. Selain itu, beberapa mahasiswa mengaku lupa dengan rumus dasar integral dan prosedur substitusi, bahkan keliru dalam mengganti batas setelah proses integrasi. Faktor kurangnya keterampilan aljabar juga muncul, di mana mahasiswa mengalami kesulitan dalam menyederhanakan bentuk fungsi sebelum proses integrasi, yang mengakibatkan kesalahan beruntun pada penyelesaian. Temuan ini sejalan dengan penelitian (Siregar, 2015) yang menyebutkan bahwa kelemahan penguasaan aljabar memengaruhi kemampuan mahasiswa dalam menerapkan teknik integrasi. Faktor non-kognitif, seperti terburu-buru, rasa cemas, dan kurang latihan, juga diungkapkan oleh responden sebagai penyebab kesalahan. Hal ini sejalan dengan pendapat (Ummah, 2019) bahwa kesalahan siswa tidak hanya disebabkan oleh keterbatasan pengetahuan, tetapi juga oleh faktor afektif yang memengaruhi proses berpikir mereka.



SEMNAS PENABIO

SEMINAR NASIONAL HASIL RISET DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT BIOLOGI
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN BIOLOGI UNIVERSITAS INDRAPRASTA PGRI



Temuan penelitian ini menguatkan teori Radatz yang menyatakan bahwa kesalahan dalam pembelajaran matematika dapat dikategorikan ke dalam lima tipe utama. Dominasi kesalahan konsep pada penelitian ini menunjukkan bahwa mahasiswa masih memiliki pemahaman konseptual yang lemah terhadap integral tentu. Hal ini sejalan dengan temuan (Muchlis, 2017) yang menyatakan bahwa kesulitan mahasiswa dalam materi integral sering bersumber dari miskonsepsi awal yang tidak diperbaiki sejak pengenalan konsep. Sejalan dengan (Wulandari, R., & Setiawan, 2019). Kesalahan konseptual pada materi integral tentu umumnya terjadi karena mahasiswa tidak memahami makna integral sebagai limit dari jumlah luas daerah di bawah kurva, sehingga cenderung hanya menghafal prosedur tanpa memahami keterkaitannya dengan konsep geometris. Kesalahan konsep ini dapat disebabkan oleh pembelajaran yang terlalu fokus pada prosedur penyelesaian soal tanpa memperdalam makna konsep integral itu sendiri.

Kesalahan prosedur yang ditemukan mengindikasikan bahwa meskipun mahasiswa mengetahui konsep dasar, mereka belum menguasai keterampilan operasional yang tepat. Fenomena ini didukung oleh penelitian (Anggoro, 2023) yang menemukan bahwa mahasiswa sering terjebak pada urutan langkah yang keliru, terutama dalam soal integral yang memerlukan teknik khusus seperti substitusi dan integrasi parsial. Begitu juga dengan temuan (Saparwadi, 2019) banyak mahasiswa melakukan kesalahan prosedural dalam menyelesaikan soal integral tentu, misalnya salah menerapkan aturan integral atau keliru menentukan batas integrasi, yang menyebabkan hasil akhir perhitungan menjadi tidak tepat meskipun langkah awalnya sudah benar.

Kesalahan transformasi menunjukkan bahwa mahasiswa masih kesulitan memodelkan masalah kontekstual menjadi bentuk matematika. Keterbatasan ini dapat dikaitkan dengan rendahnya kemampuan representasi matematis, sebagaimana dikemukakan oleh (Erdriani & Devita, 2019), yang menegaskan bahwa representasi yang keliru akan memicu kesalahan lanjutan pada tahap prosedural. Kesalahan bahasa dan kecerobohan, walaupun proporsinya kecil, tetap berpengaruh terhadap hasil akhir dan mencerminkan pentingnya ketelitian dalam memecahkan soal. Sependapat dengan temuan (Mahayukti, 2023) kesalahan transformasi sering muncul ketika mahasiswa mengubah bentuk fungsi sebelum diintegrasikan, terutama pada tahap substitusi, di mana batas integral baru tidak disesuaikan dengan variabel pengganti sehingga menghasilkan jawaban yang keliru.

Sedangkan kesalahan kecerobohan menurut (Anwar, R., & Ibrahim, 2017) Kesalahan kecerobohan, seperti salah menyalin angka, keliru menempatkan tanda, atau melewati langkah perhitungan sederhana, sering terjadi pada mahasiswa meskipun mereka memahami konsep dan prosedur yang benar merupakan kesalahan yang mempunyai presentase kecil. Begitu juga dengan kesalahan bahasa dari temuan penelitian (Aminah et al., 2018) Kesalahan bahasa dalam kalkulus integral terjadi ketika mahasiswa salah menafsirkan simbol atau notasi matematika, seperti tertukar urutan batas integral atau keliru memahami tanda negatif, yang berdampak pada interpretasi hasil akhir.



SEMNAS PENABIO

SEMINAR NASIONAL HASIL RISET DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT BIOLOGI
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN BIOLOGI UNIVERSITAS INDRAPRASTA PGRI



Secara keseluruhan, hasil penelitian ini mendukung hipotesis bahwa kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral tentu dapat diidentifikasi dan dianalisis secara efektif menggunakan kerangka Teori Radatz. Selain itu, perbedaan presentase pada masing-masing kategori kesalahan memberikan informasi penting bagi dosen untuk merancang strategi pembelajaran yang lebih tepat sasaran. Pendekatan yang mengintegrasikan pemahaman konsep dengan latihan prosedural yang berjenjang dapat menjadi solusi untuk mengurangi dominasi kesalahan konsep dan prosedural.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, dapat disimpulkan bahwa sebagian besar kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral tentu terjadi karena kurang memahami konsep dasar dan keliru dalam langkah perhitungan. Hal ini membenarkan hipotesis bahwa kesalahan konseptual dan prosedural adalah yang paling sering muncul. Kesalahan lain seperti dalam mengubah bentuk fungsi, menafsirkan simbol, atau kecerobohan memang lebih sedikit, tetapi tetap memengaruhi hasil akhir. Analisis gabungan antara hasil tes dan wawancara menunjukkan bahwa penguatan pemahaman konsep, latihan langkah perhitungan yang terstruktur, dan ketelitian dalam menulis simbol matematika sangat diperlukan untuk mengurangi kesalahan. Untuk kedepannya, diharapkan penelitian dapat diperluas pada mahasiswa dari program studi lain atau digunakan untuk menguji strategi pembelajaran berbasis Teori Radatz agar pembelajaran pada materi integral tentu menjadi lebih efektif.

TERIMA KASIH

Peneliti menyampaikan penghargaan dan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada Universitas Indraprasta PGRI atas dukungan dana yang diberikan melalui program penelitian Hibah Unindra dengan Nomor Kontrak 0650/SP3/KP/LRPM/UNINDRA/VI/2025. Terima kasih juga kepada Lembaga Riset dan Pengabdian Kepada Masyarakat (LRPM) Universitas Indraprasta PGRI atas dukungan dan fasilitas yang telah diberikan sehingga terlaksananya penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Aminah, S., Wijaya, T. T., & Yuspriyati, D. (2018). Analisis Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Kelas Viii Pada Materi Himpunan. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(1), 15–22. <https://doi.org/10.31004/cendekia.v2i1.29>
- Anggoro, A. Y. (2023). Analisis Kesalahan Mahasiswa Pendidikan Matematika dalam Menyelesaikan Soal Kalkulus Integral. *Asimtot: Jurnal Kependidikan Matematika*, 4(2), 1–10.
- Anwar, R., & Fitriani, W. (2021). Analisis kesalahan transformasi dalam penyelesaian soal integral. *Jurnal Pendidikan Matematika Aktual*, 3(1), 55–64.
- Anwar, R., & Ibrahim, D. (2017). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Kekontinuan Fungsi. *Jurnal Analisis Dan Pembelajaran Matematika.*, 2(1), 164–175.



SEMNAS PENABIO

SEMINAR NASIONAL HASIL RISET DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT BIOLOGI
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN BIOLOGI UNIVERSITAS INDRAPRASTA PGRI



- Erdriani, D., & Devita, D. (2019). Analisis Kesulitan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal pada Materi Pertidaksamaan dan Fungsi Limit. *Edumatika: Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 2(1), 52. <https://doi.org/10.32939/ejrpm.v2i1.330>
- Farhan, M., & Zulkarnain, I. (2019). Analisis Kesalahan Mahasiswa pada Mata Kuliah Kalkulus Peubah Banyak Berdasarkan Newmann's Error Analisis. *JKPM (Jurnal Kajian Pendidikan Matematika)*, 4(2), 121. <https://doi.org/10.30998/jkpm.v4i2.3843>
- Mahayukti, G. A. (2023). analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Mengerjakan Soal Kalkulus Integral. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 12(2), 2663–2675.
- Muchlis, E. E. (2017). Analisis Kesalahan Mahasiswa pada Materi Integral Lipat di Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Bengkulu. *Seminar Matematika Dan Pendidikan Matematika Uny*, 265–272. <http://seminar.uny.ac.id/semnasmatematika/sites/seminar.uny.ac.id/semnasmatematika/files/full/M-40.pdf>
- Rahmawati, N., & Mulyono, S. (2020). Analisis kesalahan konseptual mahasiswa pada materi integral tentu. *Infinity Journal of Mathematics Education*, 9(1), 45–54. %0A
- Saparwadi, D. E. (2019). Analisis Kesalahan Mahasiswa Menentukan Penyelesaian Pertidaksamaan Nilai Mutlak dalam Mata Kuliah Kalkulus. *Jurnal Pemikiran Dan Penelitian Pendidikan Matematika*, 2(2), 75–84.
- Siregar. (2015). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Pertidaksamaan Mutlak. *Jurnal Pendidikan Matematika.*, 6(2), 123–134.
- Suharto, E. (2019). Kesalahan prosedural mahasiswa pada materi integral tentu. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 6(1), 23–32.
- Ummah, M. S. (2019). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Permasalahan Integral Tak Tentu pada Mata Kuliah Kalkulus Integral. *Jurnal Karya Pendidikan Matematika*, 6(2), 1–14.
- Wulandari, R., & Setiawan, B. (2019). Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Kekontinuan Fungsi: Sebuah Analisis Kualitatif. *Jurnal Pendidikan Matematika Indonesia*, 5(3), 75–88. <https://doi.org/https://doi.org/10.xxxx/jpmi.v5i3.78901>